

Versuchsauswertung P2-71: Der Kreisel

Kathrin Ender, Michael Walz
Gruppe 10

4. Mai 2008

Inhaltsverzeichnis

0	Zur Auswertung	2
0.1	Unterschiede zur Vorbereitung	2
1	Drehimpulserhaltung	2
2	Freie Achsen und Stabilität	3
3	Kräftefreier Kreisel – Nutation	3
4	Dämpfung des Kreisel	5
5	Kreisel unter dem Einfluss äußerer Drehmomente	6
5.1	Erste Messreihe	6
5.2	zweite Messreihe	7
6	Hauptträgheitsmomente	8
7	Kreiselkompass	10

0 Zur Auswertung

Alle Messwerte befinden sich im handgeschrieben angehängten Versuchsprotokoll. Diese Werte wurden am Computer abgetippt und dem Programm GNUPLOT¹ zur linearen Regression übergeben und die Werte für Steigung, Y-Achsenabschnitt und den statistischen Fehler der beiden von dort übernommen. GNUPLOT nutzt zur linearen Regression die Formeln 16–18 aus dem Fehlerrechnungsskript zum Praktikum.

Die meisten Messwerte mussten aufgrund der Ableseskalen (oder aus sonstigen Gründen) noch umgerechnet werden. Aufgrund des massiven Rechenaufwandes erledigten wir dies direkt am Computer entweder mit GNUPLOT oder mit einer Tabellenkalkulation. Unter GNUPLOT geschah dies mittels der Option „using“² und zwar sowohl bei der Regression (über „fit“) wie auch beim Erstellen der Graphen (über „plot“).

Für die Fehlerfortpflanzung von statistischen Fehlern wird im Allgemeinen das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz (Formel 4 im Fehlerrechnungsskript) benutzt. Für systematische Fehler muss, da die statistische Unabhängigkeit dieser Messabweichungen nicht gegeben ist, eine Größtfehlerabschätzung nach Formel 5 vorgenommen werden.

Im Allgemeinen werden wir Messwerte in der folgenden Form angeben:

$$\text{Messwert} = (\text{Bestwert} \pm \text{statistischer Fehler} \pm \text{systematischer Fehler}) \text{Maßeinheit}$$

Sollte eine Messgröße nur mit einem Fehler behaftet sein (wie z.B. die einmalige Messung einer Länge mit einem Meterstab), sodass sich aus dem Kontext ergibt, ob es ein systematischer oder statistischer Fehler ist, so wird dieser Fehler einfach dem Messwert mit \pm angehängt.

0.1 Unterschiede zur Vorbereitung

Wir gingen davon aus, dass wir den Versuch mit Kreisel 1 bekommen würden, so wie er auch in der Vorbereitungsmappe dargestellt ist. Am Versuchstag stellte sich allerdings heraus, dass es gar keinen Kreisel 1 mehr gibt, da dieser Anfang dieses Semesters ausrangiert wurde. Deshalb gibt es gelegentlich Unterschiede und Inkonsistenzen zwischen der Auswertung und der Vorbereitung, da die Auswertung sich auf den realen Kreisel und die Vorbereitung auf den imaginären „Vorbereitungsmappen“-Kreisel bezieht. Da die grundsätzlichen Messmethoden jedoch die gleichen sind, sollte die Vorbereitung trotzdem ausreichend die notwendigen Belange des Versuchs dokumentieren.

1 Drehimpulserhaltung

In diesem Demonstrationsversuchsteil sollte (wie in der Vorbereitung beschrieben) mit Hilfe eines Drehschemels und eines Fahrradkreisels die Drehimpulserhaltung untersucht werden.

Die Versuche mit den Fahrradkreisel verliefen wie erwartet und bestätigten die Drehimpulserhaltung. Zusätzlich dazu versetzen wie eine Versuchsperson mit ausgestreckten Armen in Rotation. Die Versuchsperson hielt in den beiden Hände zusätzliche Gewichte. Beim Anziehen der Arme vergrößerte sich die Rotationsgeschwindigkeit. Dies ist mit der Drehimpulserhaltung um die z-Achse zu erklären, welches aus dem Produkt von Trägheitsmoment und Winkelgeschwindigkeit besteht. Bei Abnahme des Trägheitsmomentes (durch Anziehen der Arme) muss sich daher logischerweise die Winkelgeschwindigkeit erhöhen.

¹<http://www.gnuplot.info/>

²<http://www.gnuplot.info/docs/node133.html>

2 Freie Achsen und Stabilität

Im Versuch wurden die Rotationen um Hauptachsen untersucht. Dazu hängten wir eine „Zigarrenkiste“ in der Mitte der jeweiligen Seitenfläche über einen Draht an einen Motor und versetzen sie damit in Rotation. Der in der Vorbereitung hergeleitete Zusammenhang, dass die Rotation um das kleinste und größte Trägheitsmoment stabil sein müsste, bestätigte sich nur teilweise.

Die Rotation um das ...

- größte Trägheitsmoment war sehr stabil. Hier deckte sich die Theorie mit dem Experiment.
- mittlere Trägheitsmoment war extrem instabil. Die Zigarrenkiste torkelte kurz und dann stellte sich eine Rotation um das größte Trägheitsmoment ein.
- kleinstes Trägheitsmoment war auch instabil. Im Gegensatz zur Theorie ergab sich keine stabile Rotation. Dies lag daran, dass die Stabilität in diesem Fall durch größere Störungen ebenfalls zerstört wird. Durch die Aufhängung der „Zigarrenkiste“ über den recht stark verbogenen Draht ergaben sich eben sehr große Störungen, sodass auch diese Rotation in die Rotation um das größte Trägheitsmoment überging.

3 Kräftefreier Kreisel – Messung der Nutationsfrequenz

Zuerst maßen wir in zwei Messreihen die Nutation ohne Zusatzgewichte. Der theoretische Zusammenhang ist:

$$\omega_N = \underbrace{\frac{\Theta_3}{\sqrt{\Theta_1 \cdot \Theta_2}}}_{A_{\text{ohne}}} \cdot \omega$$

Man beachtet, dass hier Winkelgeschwindigkeiten in Relation gesetzt werden. Im Versuch maßen wir allerdings die Frequenzen f_N und f . Da sich beide aber nur um den gleichen Faktor 2π von ihren Winkelgeschwindigkeiten unterscheiden, ist dies für die Auswertung irrelevant.

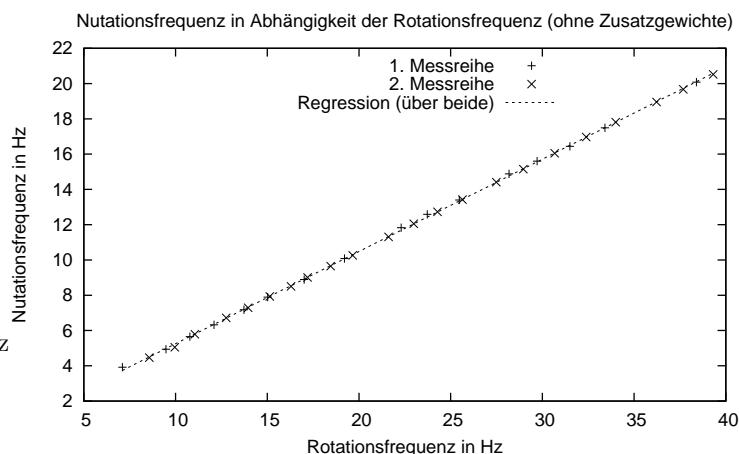
Die lineare Regression

$$f_N = A_{\text{ohne}} \cdot f + B_{\text{ohne}}$$

ergab folgende Werte:

$$A_{\text{ohne}} = 0,5231 \pm 0,0012$$

$$B_{\text{ohne}} = (0,0194 \pm 0,028) \text{ Hz}$$



Die Messwerte liegen extrem gut auf einer Ursprungsgeraden. Der Y-Achsenabschnitt B ist innerhalb der Fehlergrenze 0. Der statistische Fehler für die Steigung A beträgt lediglich 0,22%. Eine solch geringe Abweichung verdanken wir vermutlich der Tatsache, dass die Messung vollelektronisch verlief und sich keine Fehler durch Reaktionszeiten des Menschen o.ä. einschleichen konnten.

Anschließend hängten wir zwei zylindrische Zusatzmassen mit einem Gewicht von je $m = 1024 \pm 1 \text{ g}$ an den äußeren Kardanrahmen. Die Entfernung der beiden Außenseiten der Zylinder zueinander maßen wir mit einem Meterstab zu $a = 37,0 \pm 0,1 \text{ cm}$. Der Durchmesser der Zylinder ist auf dem Aufgabenblatt zu $d = 4,00 \pm 0,01 \text{ cm}$ gegeben. Damit ergibt sich ein zusätzliches Trägheitsmoment bezogen auf die Achse 1:

$$\Theta_{\text{zus.}} = \underbrace{2}_{2 \text{ Massen}} \cdot \left(\underbrace{\frac{1}{2} m \left(\frac{d}{2}\right)^2}_{\text{Trägheitsmoment eines Zylinders}} + \underbrace{m \left(\frac{a-d}{2}\right)^2}_{\text{Steiner'scher Satz}} \right) = \frac{m}{4} \cdot (2a^2 - 4ad + 3d^2)$$

$$\Theta_{\text{zus.}} = 0,05617 \text{ kg m}^2$$

Den systematischen Fehler erhalten wir durch eine Größtfehlerabschätzung:

$$\sigma_{\Theta_{\text{zus.}}}^{\text{sys}} = \left| \frac{\partial \Theta_{\text{zus.}}}{\partial a} \right| \sigma_a^{\text{sys}} + \left| \frac{\partial \Theta_{\text{zus.}}}{\partial d} \right| \sigma_d^{\text{sys}} + \left| \frac{\partial \Theta_{\text{zus.}}}{\partial m} \right| \sigma_m^{\text{sys}}$$

$$\sigma_{\Theta_{\text{zus.}}}^{\text{sys}} = m(a-d)\sigma_a^{\text{sys}} + \frac{1}{2}m(2a-3d)\sigma_d^{\text{sys}} + \frac{1}{4}(2a^2-4ad+3d^2)\sigma_m^{\text{sys}}$$

$$\sigma_{\Theta_{\text{zus.}}}^{\text{sys}} = 4,25 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$$

$$\Rightarrow \Theta_{\text{zus.}} = (0,05617 \pm 0,00043) \text{ kg m}^2$$

Wir maßen wieder die Nutationsfrequenz in Abhängigkeit der Rotationsfrequenz um die Figurenachse. Der theoretische Zusammenhang ist:

$$\omega_N = \frac{\Theta_3}{\underbrace{\sqrt{(\Theta_1 + \Theta_{\text{zus.}}) \cdot \Theta_2}}_{A_{\text{mit}}}} \cdot \omega$$

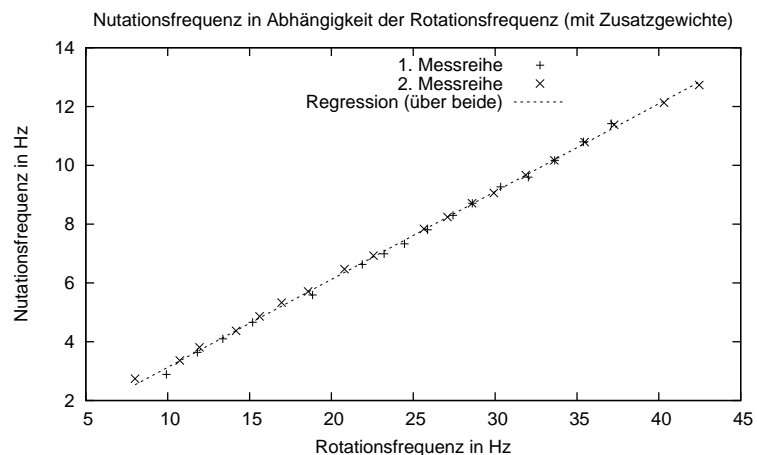
Die lineare Regression

$$f_N = A_{\text{mit}} \cdot f + B_{\text{mit}}$$

ergab folgende Werte:

$$A_{\text{mit}} = 0,2989 \pm 0,0017$$

$$B_{\text{mit}} = (0,141 \pm 0,045) \text{ Hz}$$



Auch bei diesen Messwerte ist der statistische Fehler klein. Für die Steigung A beträgt er lediglich 0,57%.

Bildet man nun den Quotienten der beiden Steigungen und löst nach Θ_1 auf, so erhält man:

$$\Theta_1 = \frac{\Theta_{\text{zus.}}}{\left(\frac{A_{\text{ohne}}}{A_{\text{mit}}}\right)^2 - 1} = 2,723 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$$

Der statistische Fehler ergibt sich über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung zu:

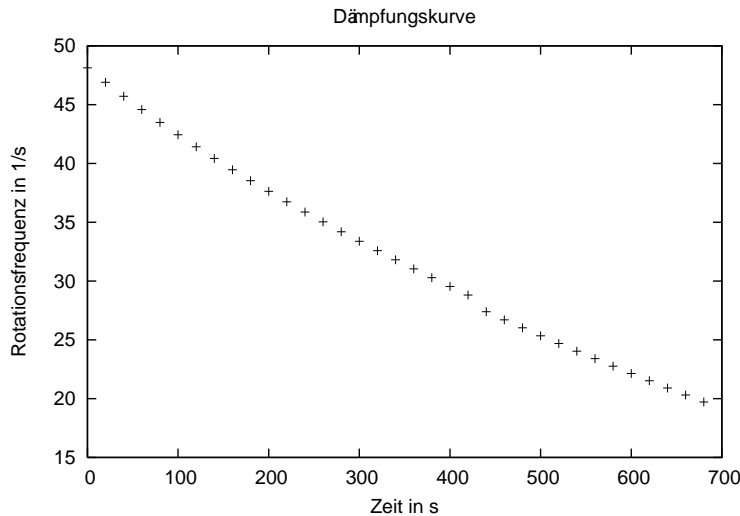
$$\sigma_{\Theta_1}^{\text{stat}} = \sqrt{\left(\frac{\partial\Theta_1}{\partial A_{\text{ohne}}} \cdot \sigma_{A_{\text{ohne}}}^{\text{stat}}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Theta_1}{\partial A_{\text{mit}}} \cdot \sigma_{A_{\text{mit}}}^{\text{stat}}\right)^2} = 0,00035 \text{ kg m}^2$$

In den systematischen Fehler von Θ_1 gehen (rein rechnerisch betrachtet) die Fehler von $\Theta_{\text{Zus.}}$ ($\sigma_{\Theta_{\text{Zus.}}}^{\text{sys}} = 0,77\% \cdot \Theta_{\text{Zus.}}$) und die Fehler von $A_{\text{ohne/mit}}$ ein. Allerdings ist der (berechenbare) Fehler von $A_{\text{ohne/mit}}$ im Promillebereich, da wir davon ausgegangen sind, dass die Messapparatur bis auf min. 4 Stellen genau misst. Wir kamen zu dieser Annahme, da das Messgerät deutlich mehr Stellen anzeigt und dies ansonsten sinnfrei wäre. Zusammen mit dem Fehler von $\Theta_{\text{Zus.}}$ würde sich ein systematischer Fehler unterhalb von einem Prozent ergeben. Ein solch berechneter Wert hat keinerlei Aussagekraft mehr für die reale Messung, da hier über andere Effekte³ deutlich größere Fehler entstehen. Wir nehmen für diese Effekt einen Fehler von ca. 2% an, womit sich für Θ_1 ergibt:

$$\Theta_1 = (2,723 \pm 0,035 \pm 0,055) \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$$

4 Dämpfung des Kreisel

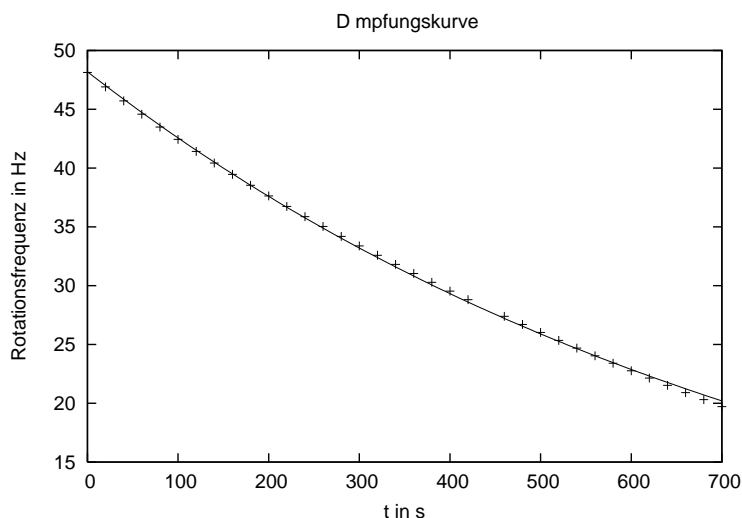
Bei diesem Versuch galt es die Dämpfung des Kreisels zu untersuchen. Dazu maßen wir die Rotationsfrequenz als Funktion der Zeit. Das Messgerät ließ sich so einstellen, dass es automatisch alle 20s einen Messwert für die Rotationsfrequenz lieferte. Wie bei Dämpfungen üblich erwarten wir einen exponentiellen Zusammenhang. Tragen wir die Messwerte für die Rotationsfrequenz über der Zeit auf so erhalten wir folgende Kurve:



Der Verlauf scheint auf den ersten Blick exponentiell wie erwartet. Auffällig ist jedoch der Sprung den die Rotationsfrequenz bei $t=420$ auf $t=440$ macht. Es wäre möglich, dass der Kreisel zu diesen Zeitpunkt kurz angestoßen und dadurch abgebremst wurde.

Am wahrscheinlichsten erscheint es uns aber, dass wir einen Messwert nicht notiert haben. Geht man von einem fehlenden Messwert aus so erhält man folgende Kurve:

³Probleme bei der Frequenzmessung durch zwischenzeitlich nicht übertragende Impulse der Photodioden; Vibrationen und Reibungseffekte, die den theoretischen Zusammenhang der Frequenzen beeinflussen; ein nicht perfekter kräftefreier Kreisel; etc.



Um den exponentiellen Verlauf zu verdeutlichen haben wir mit GnuPlot eine Exponentialfunktion der Form

$$f(t) = a \cdot \exp(b \cdot t)$$

an unsere Messwerte angepasst.

$$a = (48,19 \pm 0,15\%) \text{ Hz}$$

$$b = (-0,00124 \pm 0,39\%) \frac{1}{\text{s}}$$

5 Kreisel unter dem Einfluss äußerer Drehmomente

In diesem Versuch haben wir beim nutationsfreien, symmetrischen Kreisel die Präzessionsfrequenz in Abhängigkeit von der Drehfrequenz um die Figurenachse gemessen. Es wurden zwei Messreihen durchgeführt mit unterschiedlichen Drehmomenten. Um die Drehmomente zu erzeugen schraubten wir an den äußeren Kardanrahmen eine Stange mit zylindrischem Schiebegewicht. Mit Hilfe einer Stoppuhr maßen wir nun halbe Periodendauern der Präzessionsbewegung. Da die Präzession sehr langsam verläuft, ändert sich auch die Rotationsfrequenz während der Messung. Daher maßen wir die Rotationsfrequenz direkt vor und nach der Präzessionsmessung um einen Mittelwert bilden zu können. Wie in der Vorbereitung erläutert erwarten wir folgenden Zusammenhang:

$$\omega_p = \underbrace{\frac{M}{\Theta_3}}_{\text{Steigung } m} \cdot \frac{1}{\omega}$$

Für die zwei Messreihen kann man also jeweils eine lineare Regression der Form $f(x) = mx + b$ durchführen, wobei das Trägheitsmoment um die Figurenachse aus der Steigung berechnet werden kann. Dafür muss allerdings das angreifende Drehmoment bekannt sein.⁴

5.1 Erste Messreihe

Bei der ersten Messreihe befestigten wir das Schiebegewicht so nah am Kardanrahmen wie möglich. Da uns das Gewicht der Stange und des Zylindergewichts bekannt sind, und wir die Abstände von Schwerpunkt zu Schwerpunkt gemessen haben, können wir die wirkenden Drehmoment berechnen.

$$M_{\text{Stange}} = d \cdot m \cdot g = 27,215 \text{ cm} \cdot 330 \text{ g} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,881 \text{ Nm}$$

Der Abstand d setzt sich zusammen aus dem Abstand des Stangenschwerpunkts, den wir durch austarieren bestimmt haben, zum äußeren Rand des Rotors und der halben Dicke des Rotors. Die Rotordicke haben wir mit einer Schieblehre gemessen und nehmen daher einen Fehler von 0,1mm an. Der andere Abstand wurde mit einem Zollstock gemessen. Für diese

⁴In der Vorbereitung haben wir die Werte aus der Vorbereitungshilfe übernommen. Den Versuch haben wir aber anders durchgeführt. Diese Werte sind also nicht die gesuchten.

Messung nehmen wir einen Fehler von 3mm an ⁵. So ergibt sich für d der systematische Fehler $\sigma_d^{\text{sys}} = 3,05\text{mm}$. Für das Gewicht der Stange nehmen wir einen Fehler von $\sigma_m^{\text{sys}} = 1\text{g}$ an ⁶. Aus diesen Fehlern kann man den Fehler in M_{Stange} berechnen:

$$\sigma_M^{\text{sys}} = g \cdot d \cdot \sigma_m^{\text{sys}} + g \cdot m \cdot \sigma_d^{\text{sys}}$$

$$\Rightarrow M_{\text{Stange}} = (0,881 \pm 0,013)\text{Nm}$$

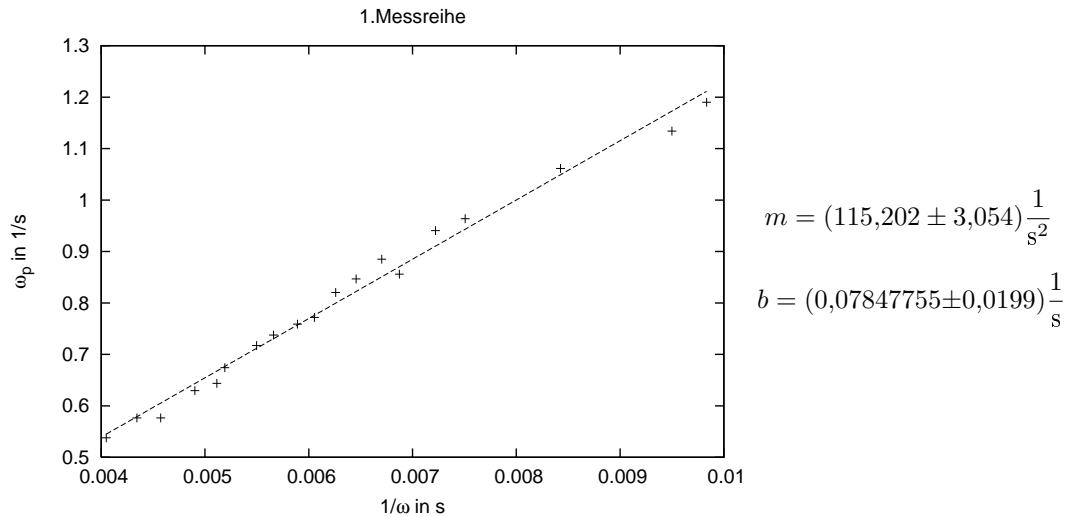
Das durch das Schiebegewicht verursachte Drehmoment M_{Gewicht} erhält man auf dieselbe Weise.

$$d = (13,815 \pm 0,11)\text{cm} \quad m = (375 \pm 1)\text{g} \Rightarrow M_{\text{Gewicht}} = (0,508 \pm 0,005)\text{Nm}$$

Für das Gesamtdrehmoment erhält man:

$$M = (1,389 \pm 0,018)\text{Nm}$$

Aus den Messwerten erhält man folgende Regression:



Für das Trägheitsmoment ergibt sich damit:

$$\Theta_3 = \frac{M}{m} = (1,21 \pm 0,03 \pm 0,016) \cdot 10^{-2} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\sigma_{\Theta_3}^{\text{sys}} = \frac{\sigma_M^{\text{sys}}}{m} \quad \sigma_{\Theta_3}^{\text{stat}} = \frac{M \cdot \sigma_m^{\text{stat}}}{m^2}$$

5.2 zweite Messreihe

Das gesamte Drehmoment kann man wieder aus den Drehmomenten der Stange und des Schiebegewichts berechnen.

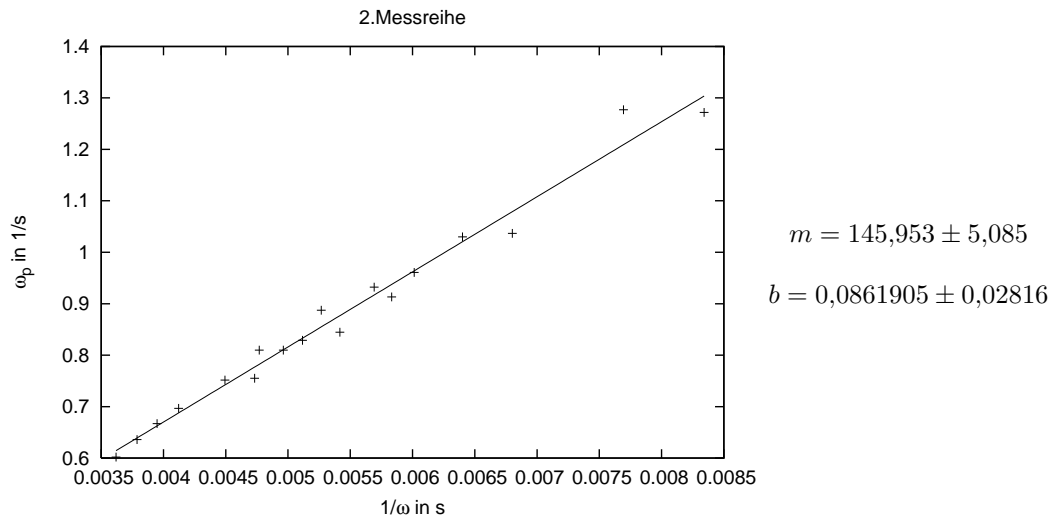
$$d = (24,815 \pm 0,11)\text{cm} \quad M_{\text{Gewicht}} = d \cdot g \cdot m = (0,912 \pm 0,006)\text{Nm}$$

$$\Rightarrow M = (1,794 \pm 0,019)\text{Nm}$$

Die Fehler erhält man genauso wie bei der ersten Messreihe. Führt man die Regression durch so erhält man:

⁵Wir nehmen den Fehler daher so groß an, da wir die Lage des Schwerpunktes nur durch austarieren nicht sehr genau bestimmen konnten

⁶Die Masse wurde uns gesagt, der Fehler leider nicht. Daher nehmen wir denselben an wie für die Zusatzgewichte in 3



$$\Rightarrow \Theta_3 = \frac{M}{m} = (1,23 \pm 0,04 \pm 0,013) \cdot 10^{-2} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Die aus den beiden Messreihen erhaltenen Werte für das Trägheitsmoment Θ_3 kann man nun noch mitteln. So erhält man:

$$\Theta_3 = (1,22 \pm 0,03 \pm 0,015) \cdot 10^{-2} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Der systematische Fehler ist erstaunlich klein, nur 1,2%. Dies liegt vermutlich daran, dass wir in unserer Rechnung nicht alle Fehlerquellen berücksichtigen. Wir gehen lediglich von einem Fehler bei der Längenmessung und bei der Genauigkeit der Massenangabe aus. Der Fehler den wir zum Beispiel beim Messen der Präzessionperiodendauer mit Hilfe einer Stoppuhr machen, geht nicht in den systematischen Fehler, sondern nur indirekt über die durchgeführten Regressionen in den statistischen Fehler ein.

6 Hauptträgheitsmomente

Nun soll aus den Ergebnissen von Aufgabe 3 und 5 die Hauptträgheitsmomente des symmetrischen Kreisels berechnet werden. Dazu tragen wir zuerst nochmals die Ergebnisse aus den vorherigen Aufgaben zusammen:

Aufgabe 3:

$$A_{\text{ohne}} = 0,5231 \pm 0,0012$$

$$A_{\text{ohne}} = \frac{\Theta_3}{\sqrt{\Theta_1 \cdot \Theta_2}}$$

$$\Theta_1 = (2,723 \pm 0,035 \pm 0,055) \cdot 10^{-2} \text{kg m}^2$$

Aufgabe 5:

$$\Theta_3 = (1,12 \pm 0,03 \pm 0,015) \cdot 10^{-2} \text{kg m}^2$$

Formt man nur die Gleichung um, so erhält man:

$$\Theta_2 = \frac{\Theta_3^2}{A_{\text{ohne}}^2 \cdot \Theta_1} = 1,6835 \cdot 10^{-2} \text{kg m}^2$$

Die Fehlerfortpflanzung ist in diesem Fall einfach, da sich die relativen Fehler (bzw. die Varianzen) einfach (gewichtet mit ihren Exponenten) addieren⁷:

$$\left(\frac{\sigma_{\Theta_2}^{\text{stat}}}{\Theta_2}\right)^2 = 2 \cdot \left(\frac{\sigma_{\Theta_3}^{\text{stat}}}{\Theta_3}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\sigma_{A_{\text{ohne}}}^{\text{stat}}}{A_{\text{ohne}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Theta_1}^{\text{stat}}}{\Theta_1}\right)^2$$

$$\frac{\sigma_{\Theta_2}^{\text{sys}}}{\Theta_2} = 2 \cdot \frac{\sigma_{\Theta_3}^{\text{sys}}}{\Theta_3} + \frac{\sigma_{\Theta_1}^{\text{sys}}}{\Theta_1}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\Theta_2}^{\text{stat}} = 0,068 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2 = 4,0\% \cdot \Theta_2$$

$$\Rightarrow \sigma_{\Theta_2}^{\text{sys}} = 0,079 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2 = 4,7\% \cdot \Theta_2$$

Als Endergebnis erhalten wir also für die drei Trägheitsmomente:

$$\Theta_1 = (2,72 \pm 0,04 \pm 0,06) \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$$

$$\Theta_2 = (1,68 \pm 0,07 \pm 0,08) \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$$

$$\Theta_3 = (1,12 \pm 0,03 \pm 0,015) \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$$

Insgesamt sind die Fehler, die alle im unteren Prozentbereich liegen, relativ gering. Zu beachten ist, dass im systematischen Fehler nur die bekannten Fehler berücksichtigt sind. Fehler, die durch fehlerhafte Formel oder sonstige Umwelteinflüsse aufgetreten sind, und sich nicht statistisch niedergeschlagen haben, sind daher in den Fehlergrenzen nicht erfasst.

Etwas verwunderlich ist, dass die Trägheitsmomente nicht die Relation

$$\Theta_3 > \Theta_2 = \Theta_1$$

erfüllen, die man für den flachen Rotor erwarten würde. Dies liegt vermutlich an den beiden Kardanrähmen, die dafür sorgen, dass $\Theta_2 \neq \Theta_1$ ist. Auch andere Fehler, wie z.B., dass der Effekt der zylindrischen Zusatzgewichte eben nicht exakt durch die in Aufgabe 3 verwendete Beziehung beschrieben wird, sind denkbar. Schließlich sind die Zusatzmassen keine Punktmassen und müssen nicht zwangsweise exakt senkrecht gestanden haben.

Die Masse des Rotors kann abgeschätzt werden, indem man diesen als näherungsweise zylindrisch annimmt. Für das Trägheitsmoment eines Zylinders bei Rotation um die Symmetrieachse gilt:

$$\Theta_3 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \quad m = \text{Masse des Zylinder} \quad r = \text{Radius des Zylinders}$$

Der Durchmesser des Rotor ist auf dem Aufgabenblatt gegeben $d = (13,50 \pm 0,01)\text{cm}$. Mit dem in Aufgabe 5 ausgerechneten Trägheitsmoment $\Theta_3 = (1,22 \pm 0,03 \pm 0,015) \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ lässt sich die Masse des Rotors bestimmen.

$$m = \frac{8 \cdot \Theta_3}{d^2} = 5,355 \text{ kg}$$

$$\sigma_m^{\text{stat}} = \frac{8}{d^2} \cdot \sigma_{\Theta_3}^{\text{stat}} = 0,018 \text{ kg}$$

$$\sigma_m^{\text{sys}} = \left| \frac{\partial m}{\partial \Theta_3} \right| \cdot \sigma_{\Theta_3}^{\text{sys}} + \left| \frac{\partial m}{\partial d} \right| \cdot \sigma_d^{\text{sys}} = \frac{8}{d^2} \cdot \sigma_{\Theta_3}^{\text{sys}} + \frac{16 \cdot \Theta_3}{d^3} \cdot \sigma_d^{\text{sys}} = 0,07 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m = (5,355 \pm 0,018 \pm 0,07) \text{ kg}$$

⁷vgl. Fehlerrechnungsskript

7 Kreiselkompass

Wir stellten den Kreisel auf einen Drehtisch mit unterlegten schiefen Holzblock und fixierten den inneren Kardanrahmen⁸. Wie in der Vorbereitung erwartet, stellte sich die Figurenachse bei Rotation des Drehtisches recht schnell in Richtung der Steigung des Blocks, also in Richtung „Norden“ ein.

Um die Drehimpulserhaltung ganz anschaulich zu zeigen, entfernten wir die Fixierungshilfen des Kreisels, sodass er wieder frei drehbar war. Trotz Rotation des Drehtisches änderte die Kreiselachse anschließend nie ihre Richtung, sodass eindrucksvoll die Drehimpulserhaltung nachgewiesen wurde.

⁸vgl. Vorbereitung