

Versuchsauswertung P2-12: Dispersion und Absorption

Kathrin Ender, Michael Walz
Gruppe 10

15. Mai 2008

Inhaltsverzeichnis

0	Zur Auswertung	2
1	Dispersionskurven	2
1.1	Kronglas	2
1.2	leichtes Flintglas	3
1.3	schweres Flintglas	4
1.4	Gesamtdispersionskurve	5
2	Eichung eines Prismenspektrometers	6
3	Absorptionsspektrum einer Farblösung	7
4	Absorptionskante von Cadmiumsulfid	7
5	Eichen des Gitterspektrometers	8
6	Auflösungsvermögen	8
6.1	Auflösungsvermögen der Prismen	8
6.2	Auflösungsvermögen des Gitters	9
7	Gitterspektren	9
8	Ausmessen der Spektren	9
9	Resonanzabsorption der Na-D-Linie	10

0 Zur Auswertung

Alle Messwerte befinden sich im handgeschrieben angehängten Versuchsprotokoll. Diese Werte wurden am Computer abgetippt und dem Programm GNUPLOT¹ zur Regression übergeben und die Werte für Steigung, Y-Achsenabschnitt und den statistischen Fehler der beiden von dort übernommen. GNUPLOT nutzt zur linearen Regression die Formeln 16–18 aus dem Fehlerrechnungsskript zum Praktikum.

Die meisten Messwerte mussten aufgrund der Ablesekalen (oder aus sonstigen Gründen) noch umgerechnet werden. Aufgrund des massiven Rechenaufwandes erledigten wir dies direkt am Computer entweder mit GNUPLOT oder mit einer Tabellenkalkulation. Unter GNUPLOT geschah dies mittels der Option „using“² und zwar sowohl bei der Regression (über „fit“) wie auch beim Erstellen der Graphen (über „plot“).

1 Dispersionskurven

In diesen Versuchsteil sollen die Dispersionskurven für drei vorhandene Glasprismen aufgenommen werden. Wir interessieren uns also für die Abhängigkeit der Brechzahl n von der Wellenlänge λ . Wir schickten das Licht einer Quecksilber-Cadmium-Lampe auf das Prisma. Von dieser Lampe waren die einzelnen Spektrallinien bekannt. Die Messmethode ist in der Vorbereitung ausführlich beschrieben, sodass hier nur die Ergebnisse behandelt werden:

1.1 Kronglas

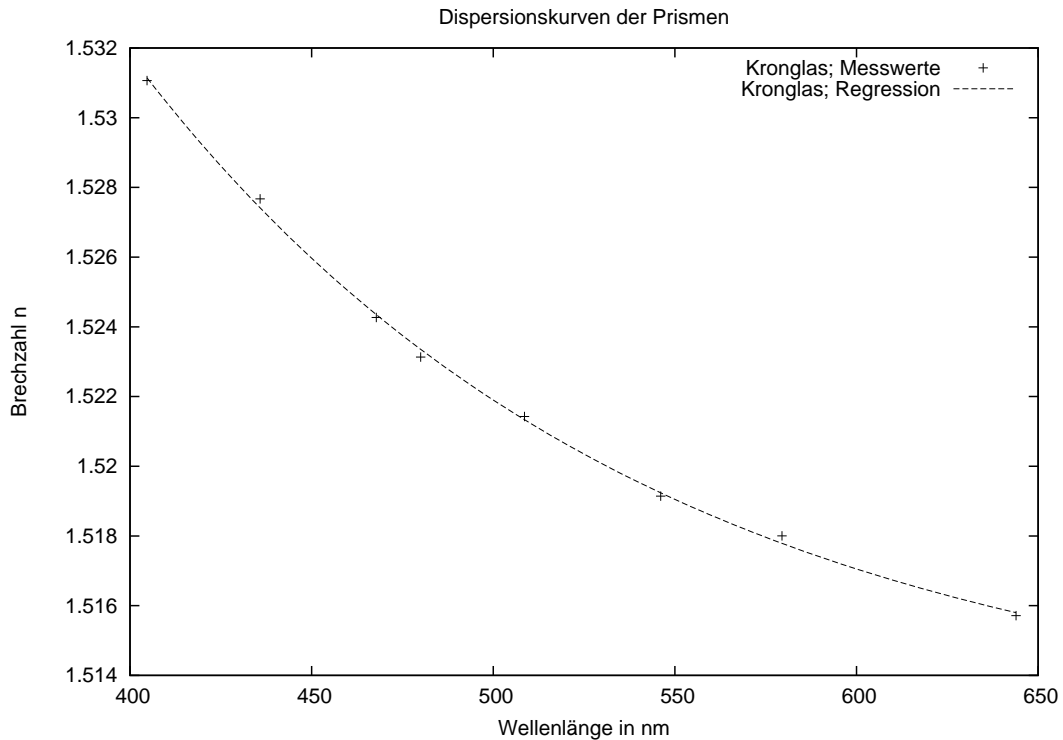
Wir maßen den brechenden Winkel γ wie in der Vorbereitung beschrieben. Es ergab sich:

$$\gamma = 59,85^\circ$$

Dies liegt recht nahe an den 60° , die wir erwarteten, da die Prismen sehr gleichseitig aussahen. Für Kronglas ergab sich folgende Dispersionskurve. Für steigende Frequenzen, also für steigenden Energie, nimmt der Brechungsindex zu. Dies bezeichnet man also normale Dispersion.

¹<http://www.gnuplot.info/>

²<http://www.gnuplot.info/docs/node133.html>



Die Regression $n(\lambda) = A \cdot e^{-B \cdot \lambda} + C$ ergab folgenden Werte:

$$A = 0,335 \pm 0,052 \quad B = (7,12 \pm 0,44) \cdot 10^6 \frac{1}{\text{m}} \quad C = 1,5124 \pm 0,0006$$

Die Dispersionsrelation wird also recht gut, durch eine exponentielle Funktion beschrieben. Die Abweichung zum Literaturwert von $n_{\text{Literatur}} = 1,5187$ bei einer Wellenlänge von 546,1 nm ist relativ gering. Mit der obigen Regression ergibt sich nämlich:

$$n(546,1 \text{ nm}) = 1,5192 \quad \text{Abweichung von } 0,03\% \text{ von } n_{\text{Literatur}}$$

Aufgrund der nur kleinen Änderung von n bei Variation von λ ist dieser Wert aber relativ aussageelos. Damit kann man nur massive Messfehler feststellen. Es ist besser die Änderung der Brechzahl innerhalb eines Intervalls zu vergleichen. Als Intervall bietet sich das gesamte sichtbare Spektrum (rot bis violett) an. Der Literaturwert und die Wert für unsere Regression sind:

$$n_{\text{Literatur}}(480,0 \text{ nm}) - n_{\text{Literatur}}(643,8 \text{ nm}) = 0,0081$$

$$n_{\text{Regression}}(480,0 \text{ nm}) - n_{\text{Regression}}(643,8 \text{ nm}) = 0,0076$$

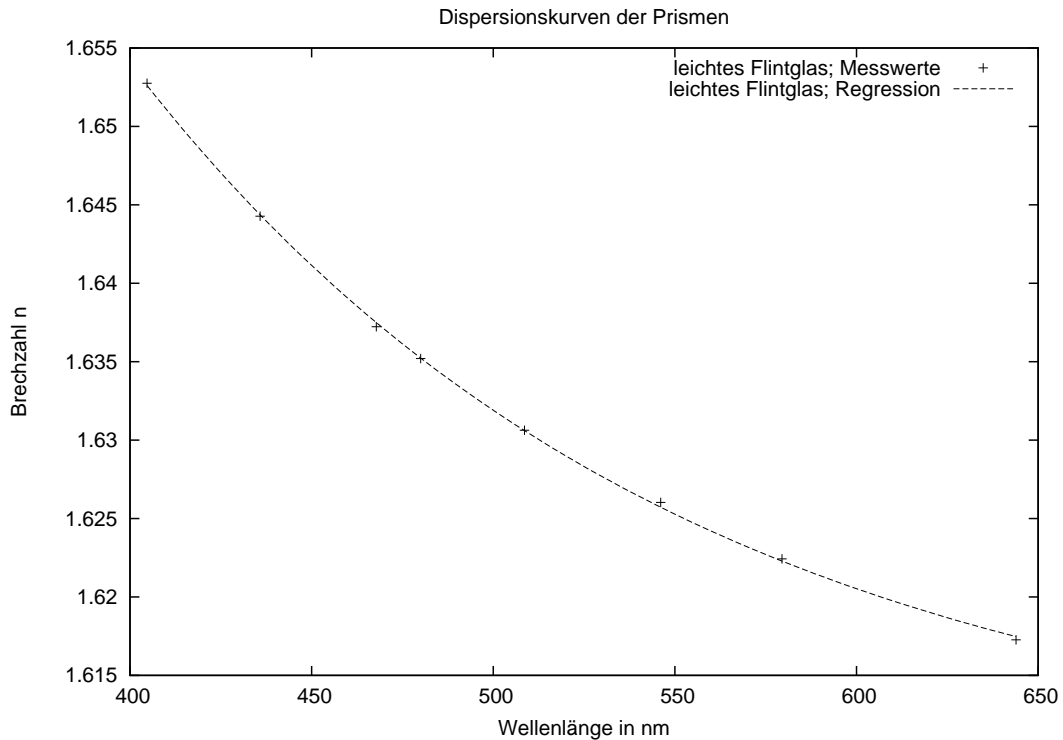
Der Fehler von 6,6% zeigt, dass unsere Messung innerhalb unserer Möglichkeiten recht gut war.

1.2 leichtes Flintglas

Für den brechenden Winkel bei Flintglas ergab sich:

$$\gamma = 59,80^\circ$$

Auch dieser Winkel liegt ziemlich nahe bei 60° . Die Messung ergab folgende Dispersionskurve. Wieder ist dies eine normale Dispersion.



Die Regression $n(\lambda) = A \cdot e^{-B \cdot \lambda} + C$ ergab folgenden Werte:

$$A = 0,648 \pm 0,049 \quad B = (6,64 \pm 0,22) \cdot 10^6 \frac{1}{\text{m}} \quad C = 1,6085 \pm 0,0008$$

Wieder lässt sich die Dispersionsrelation sehr gut durch eine exponentielle Funktion beschrieben. Die Abweichung zum Literaturwert von $n_{\text{Literatur}} = 1,6241$ bei einer Wellenlänge von 546,1 nm sind wieder relativ gering. Die Regression ergibt:

$$n(546,1 \text{ nm}) = 1,6257 \quad \text{Abweichung von } 0,10\% \text{ von } n_{\text{Literatur}}$$

Der Vergleich der Änderungen der Brechzahlen liefert:

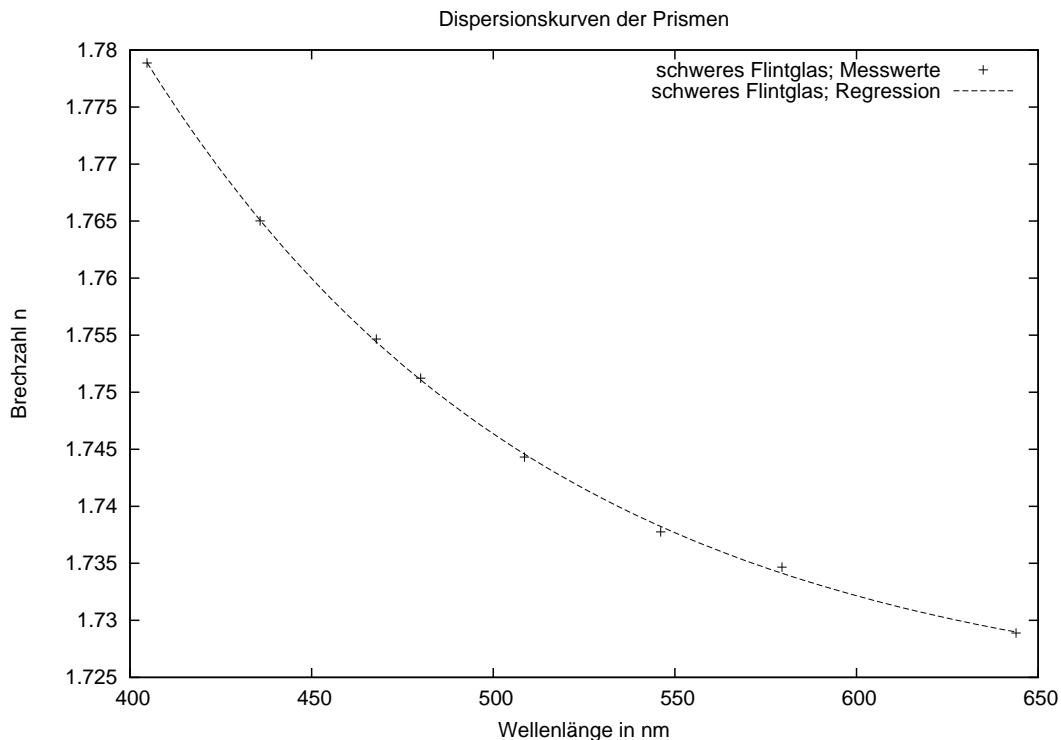
$$n_{\text{Literatur}}(480,0 \text{ nm}) - n_{\text{Literatur}}(643,8 \text{ nm}) = 0,0173$$

$$n_{\text{Regression}}(480,0 \text{ nm}) - n_{\text{Regression}}(643,8 \text{ nm}) = 0,0178$$

Der Fehler von 2,9% zeigt, dass die Messung sogar besser als bei Kronglas war.

1.3 schweres Flintglas

Für schweres Flintglas ergab sich folgende Dispersionskurve (brechender Winkel $\gamma = 59,70^\circ$):



Die Regression $n(\lambda) = A \cdot e^{-B \cdot \lambda} + C$ ergab folgenden Werte:

$$A = 2,16 \pm 0,20 \quad B = (9,01 \pm 0,27) \cdot 10^6 \frac{1}{\text{m}} \quad C = 1,722 \pm 0,0007$$

Wieder lässt sich die Dispersionsrelation sehr gut durch eine exponentielle Funktion beschrieben. Die Abweichung zum Literaturwert von $n_{\text{Literatur}} = 1,7343$ bei einer Wellenlänge von 546,1 nm sind wieder relativ gering. Die Regression ergibt:

$$n(546,1 \text{ nm}) = 1,7382 \quad \text{Abweichung von } 0,22\% \text{ von } n_{\text{Literatur}}$$

Der Vergleich der Änderungen der Brechzahlen liefert:

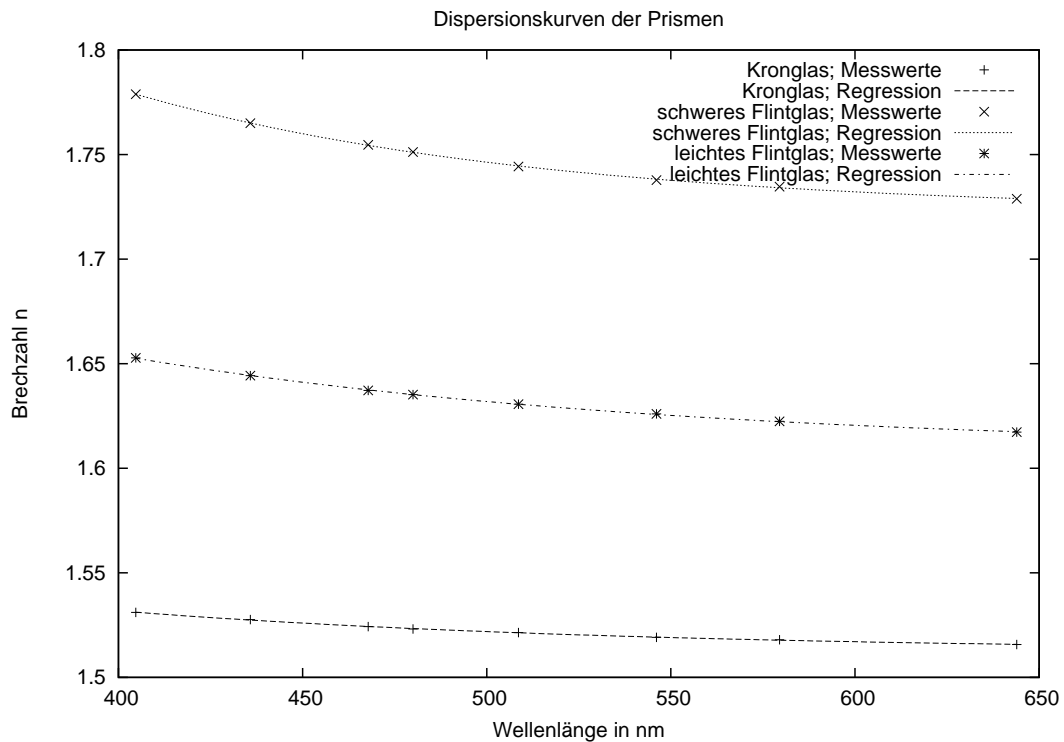
$$n_{\text{Literatur}}(480,0 \text{ nm}) - n_{\text{Literatur}}(643,8 \text{ nm}) = 0,0261$$

$$n_{\text{Regression}}(480,0 \text{ nm}) - n_{\text{Regression}}(643,8 \text{ nm}) = 0,0221$$

Mit einem Fehler von 18% liegt dieser Wert deutlich neben dem Literaturwert. Dies verwundert, da bei der Regression keine großen statistischen Fehler hervortraten. Auch ein systematischer Fehler hätte sich auch auf die Messung vom leichten Flintglas und Kronglas auswirken sollen. Evtl. passt der Literaturwert auch nicht exakt zu unserem Prisma.

1.4 Gesamtdispersionskurve

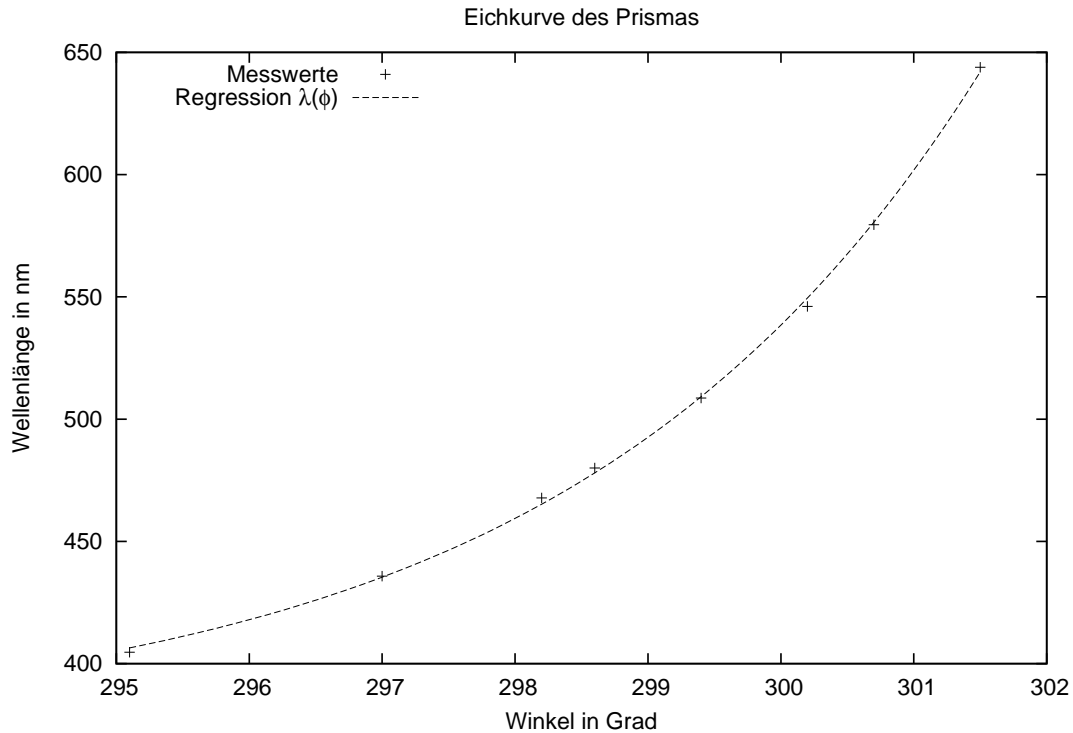
Insgesamt ergab sich die folgenden Dispersionskurven. Deutlich sichtbar ist der Unterschied zwischen den verschiedenen Materialien. Alle drei Kurven verhalten sich exponentiell und in allen drei Fällen handelt es sich um normale Dispersion, also um ein Ansteigen des Brechungsindex für wachsende Frequenzen.



2 Eichung eines Prismenspektrometers

Ein ausgewähltes Prisma soll nun geeicht werden. Wir wählten schweres Flintglas und schickten das bekannte Spektrum einer Quecksilber-Cadmium-Lampe auf das Prisma. Das Prisma wurde auf die Spektrallinie eingestellt. D.h. der grüne Strahl wurde vom Prisma minimal abgelenkt. Für die Messung der anderen Strahlen wurde das Prisma nicht mehr bewegt!

Der Zusammenhang zwischen der Wellenlänge λ und dem Winkel ϕ , der am Nonius der Kreisscheibe abgelesen wurde, ist im folgenden Schaubild aufgetragen. Der Winkel ϕ ist nicht gleich dem Ablenkwinkel, sondern gibt lediglich die Stellung des Fernrohrs an. Da wir in den folgenden Aufgaben aber immer mit diesem Fernrohr arbeiten, ist dies keine Einschränkung.



Eine Regression $\lambda(\phi) = E \cdot e^{F \cdot (\phi - 300^\circ)} + G$ mit GNUPLOT ergab folgende Werte:

$$E = (166,1 \pm 6,2) \text{ nm} \quad F = (0,323 \pm 0,014) \frac{1}{1^\circ} \quad G = (372,3 \pm 5,4) \text{ nm}$$

Über diese Funktion kann in den folgenden Aufgaben aus einem bekannten Winkel³ die entsprechende Wellenlänge bestimmt werden. Aus diesem Grund entschieden wir uns auch für die Auftragung Wellenlänge-über-Winkel anstatt (wie auf dem Aufgabenblatt vorgeschlagen) den Winkel über der Wellenlänge aufzutragen.

3 Absorptionsspektrum einer Farblösung

Eine Farblösung wurde mit einem kontinuierlichen Spektrum beleuchtet. Dieses reichte von rot ($\lambda = 710,5 \text{ nm} / \phi = 302,2^\circ$) bis violett ($\lambda = 429,5 \text{ nm} / \phi = 296,7^\circ$).

Wir stellten die Farblösung aus verdünntem Kaliumpermanganat in den Strahlengang und betrachteten anschließend das Beugungsbild erneut. Im oben angegebenen Spektrum fehlten die Farben von $\lambda = 492,6 \text{ nm}$ ($\phi = 299,0^\circ$) bis $\lambda = 587,4 \text{ nm}$ ($\phi = 300,8^\circ$). In diesem Bereich absorbierte die Lösung das Licht.

4 Absorptionskante von Cadmiumsulfid

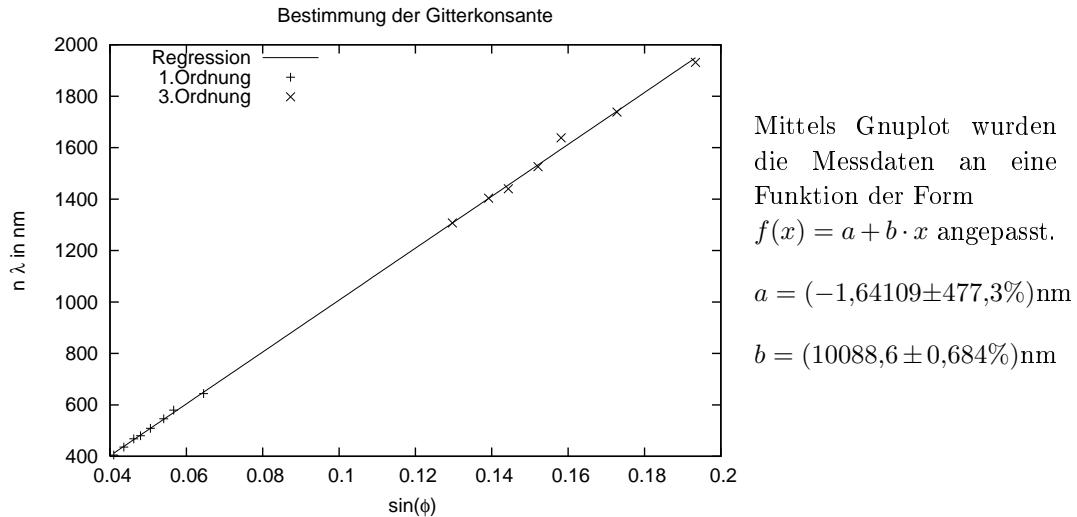
Analog zur Aufgabe 3 wurde das Absorptionsverhalten eines Cadmiumsulfidkristalls untersucht. Der Kristall absorbierte alle Wellenlängen, die kleiner als $\lambda = 518,3 \text{ nm}$ ($\phi = 299,6^\circ$) waren. Dies deckt sich mit der Theorie, die besagt, dass die Absorption bei 512 nm starten soll, da ab hier die Energie⁴ ausreicht, um Elektronen vom Valenzband des Halbleiters ins Leitungsband anzuregen.

³also einer bekannten Stellung des Fernrohrs

⁴die Grenzenergie berechnet sich zu $E = \frac{hc}{\lambda} = 2,42 \text{ eV}$

5 Eichen des Gitterspektrometers

In diesem Versuch galt es die Gitterkonstante des in den folgenden Versuchen verwendeten Gitters zu bestimmen und dieses so zu eichen. Zunächst brachten wir das Gitter senkrecht in den Strahlengang ein. Dann maßen wir durch Anvisieren mit dem Fernrohr den Winkel unter dem die Maxima der ersten und der dritten Beugungsordnung⁵ erschienen. Für die Maxima bei Beugung am Gitter gilt $n \cdot \lambda = D \cdot \sin(\varphi)$. Wie in der Vorbereitung beschrieben führen wir daher eine lineare Regression durch, indem wir $n\lambda$ über $\sin(\varphi)$ auftragen. Die Gitterkonstante D erhalten entspricht dann der Steigung.



$$\Rightarrow D = 1,01 \cdot 10^{-5} \text{ m} \Rightarrow 99,1 \text{ Linien pro mm}$$

Dieses Ergebnis passt zur angegebenen ungefähren Linienzahl von 100/mm.

6 Auflösungsvermögen

In diesem Versuch haben wir das Auflösungsvermögen der Prismen und des Gitters untersucht. Wir betrachteten das Spektrum der Na-Dampflampe und überprüften, ob wir die Natriumdoppellinie, zwei diskrete Linien im Spektrum, die nur 0,7nm auseinander liegen, erkennen konnten. Mit dem Schwerflintglas Prisma waren die Doppellinie eindeutig zu erkennen. Auch mit dem Gitter war sie auflösbar, allerdings erst in höheren Ordnungen, da das Auflösungsvermögen des Gitters mit höherer Ordnung zunimmt. Theoretisch lässt sich das Auflösungsvermögen der Prismen und des Gitters mit den in der Vorbereitung angegebenen Formeln berechnen.

6.1 Auflösungsvermögen der Prismen

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = L \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

Die mittlere Steigung der Dispersionskurve im Wellenlängenbereich der Natriumdoppellinie⁶ ist in der Vorbereitungsmappe angegeben. Die Basislänge der Prismen haben wir nachgemessen $L = 3\text{cm}$.

⁵Die zweite Ordnung war nur undeutlich zu erkennen; daher ließen wir diese aus.

⁶

$$\lambda_1 = 588,9\text{nm} \quad \lambda_2 = 589,6\text{nm}$$

- Kronglas:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 3\text{cm} \cdot \frac{0,0081}{163,8\text{nm}} = 1480$$

- Flintglas:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 3\text{cm} \cdot \frac{0,0173}{163,8\text{nm}} = 3170$$

- Schwerflintglas:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 3\text{cm} \cdot \frac{0,0261}{163,8\text{nm}} = 4640$$

Die Natriumdoppellinie ist also mit allen Prismen auflösbar. Da alle die in der Vorbereitung berechnete nötige Mindestauflösung von 842 überschreiten.

6.2 Auflösungsvermögen des Gitters

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = n \cdot \frac{b}{D} = n \cdot \frac{1,5\text{cm}}{1,01 \cdot 10^{-5}\text{m}} = n \cdot 1490$$

Bei dieser Rechnung sind wir davon ausgegangen, dass das komplette Gitter beleuchtet war. In diesem Fall könnte die Natriumdoppellinie schon in erster Ordnung aufgelöst werden. In der Realität war dies jedoch nicht der Fall. Es war also vermutlich nicht das gesamte Prisma ausgeleuchtet. Wäre zum Beispiel nur das halbe Gitter beleuchtet so wäre die D-Linie erst in zweiter Ordnung auflösbar.

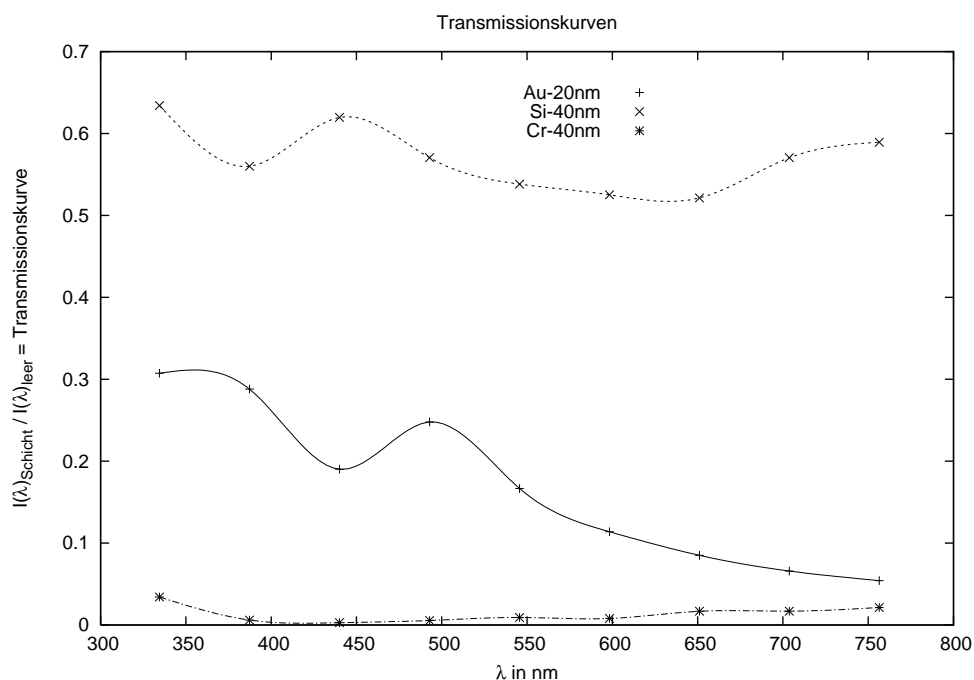
7 Gitterspektren

Wir betrachteten die Spektren einer Au-, Cr-, und Si-Schicht mit Hilfe des Gitterspektrometers. Wir verwendeten die Quelle mit kontinuierlichem Spektrum. Beim Goldspektrum (Au-20nm) war hauptsächlich ein Band von grün-rot zu sehen. Das Chromspektrum (Cr-40nm) war insgesamt stark abgeschwächt und es war wieder nur das Band von grün-rot sichtbar. Das Siliziumspektrum dagegen war wieder sehr stark und es war das Band von blau-rot zu erkennen.

8 Ausmessen der Spektren

Diese qualitativ betrachteten Spektren haben wir im folgenden Versuch mit einer Photodiode ausgemessen. Genau genommen haben wir nur die erste Ordnung des Spektrums ausgemessen, da ab der zweiten Ordnung Überlappungen im Spektrum auftreten⁷. Um die Abhängigkeit der Empfindlichkeit der Diode vom Wellenlängenbereich beachten zu können, maßen wir zunächst ein leeres Diaphragma aus, so dass wir durch den Quotienten der gemessenen Intensitäten mit und ohne Beschichtung eine Transmissionskurve erhalten. Diese Kurven sind im folgenden Bild aufgetragen.

⁷Im Messprotokoll haben wir deutlich über die erste Ordnung hinaus gemessen. Diese Werte wurden jedoch bei der Auswertung nicht berücksichtigt



Man erkennt sehr gut, dass durch die Chromschicht die Intensität stark reduziert wurde, während die Siliziumschicht diese nur wenig abschwächte. Außerdem steigt bei der Chromschicht die Transmission mit der Wellenlänge an, so dass die Transmission bei blau-rot höher ist, was zu unserer Beobachtung passt. Nicht so ganz zu unsere Beobachtung passen jedoch die Kurven für Gold und Silizium. Bei Silizium hätten wir nach den Kurven zu urteilen ein Band zwischen 400nm und 500nm, also violett-grün sehen müssen. Bei Gold hätten wir entweder ein komplettes Spektrum oder eines mit „Lücke“ im blauen Bereich, das nach hinten hin abgeschnitten ist.

Der Grund für diese gravierenden Unterschiede ist vermutlich die Messmethode an sich. Wir stellten gleich zu Beginn des Versuches fest, dass es viel Streulicht im Versuchsraum gegeben haben muss, das die Messdaten verfälscht. Dies wurde dadurch deutlich, dass die Anzeige nur selten in einer Ausrichtung halbwegs konstant blieb, so dass wir gezwungen waren irgendeinen grob gemittelten Wert anzunehmen. Unsere Tutorin hatte leider auch keinen anderen Vorschlag. Woher ein Teil des Fremdlichtes kam, war auch schon mit bloßem Auge zu erkennen: das Dia, bzw der Rahmen des Dias schirmte nicht das ganze Licht unsere Quelle ab, bzw es gelangte auch nicht alles Licht in den Kollimator, sondern strahlte an den Rändern des Diarahmens vorbei. Es ist also anzunehmen, dass vor allem wenn das Fernrohr mit der Photodiode unter flachem Winkel zum Gitter, also näher am Dia stand, mehr Fremdlicht auch die Diode fiel.

Generell zeigt kann man bei dieser Messmethode auch nur qualitative Aussagen über die Transmission machen, da aus den Kurven nicht abzulesen ist, ab wann eine Wellenlänge nicht mehr mit dem bloßen Auge im Spektrum zu erkennen ist, bzw. ab wann überhaupt ein Intensitätsunterschied wahrgenommen wird.

9 Resonanzabsorption der Na-D-Linie

Diesen Versuch führten wir aus Zeitgründen nicht mehr durch, da der Ofen über 30 min zum Aufwärmen gebraucht hätte. Wir wussten dies nicht und unsere Tutorin dachte auch zu spät dran, so dass wir zusammen mit ihr beschlossen das sich das lange Warten nicht lohnt, da es

sich um eine Art Demonstrationsversuch handelt.

Zu erwarten sind die in der Vorbereitung beschriebenen Phänomene. Erstens werden die Natriumatome im Dampf durch das Licht der Na-Dampflampe angeregt. Wenn sie wieder auf ein niedrigeres Niveau zurückfallen, geben sie das sogenannte Sekundärlicht in alle Raumrichtungen ab. Durch das Anregen der Na-Atome verliert das Licht an Intensität, so dass im Spektrum, das man durch den Ofen hindurch betrachtet, die Na-D-Linie stark abgeschwächt erscheint.