Versuchsvorbereitung P1-72: Bestimmung von e/m des Elektrons

Kathrin Ender
Gruppe 10

2. Dezember 2007

Inhaltsverzeichnis

In diesem Versuch soll mit zwei verschiedenen Methoden die spezifische Ladung, e/m des Elektrons bestimmt werden, einmal mit Hilfe eines Fadenstrahlrohres und einmal mit der Methode von Busch.

1 e/m Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

Bei dieser Methode wirden Elektronen mit einer bestimmten Geschwindigkeit in ein Magnetfeld eingebracht, so dass sie sich senkrecht zu den Feldlinien bewegen. Im Magnetfeld werden die Elektronen abgelenkt, so dass sie auf einer Kreisbahn fliegen. Aus dem Radius dieser Kreisbahn lässt sich die spezifische Ladung bestimmen. Bei diesem Versuch müssen also Magnetfelder gemessen werden. Dies ist mit einer Hallsonde möglich.

1.1 Funktionsweise einer Hallsonde

Eine Hallsonde besteht aus einem quaderförmigen Leiter, durch den in längsrichtung ein Strom fließt. Bringt man diesen Leiter in ein Magnetfeld, so wirkt auf die bewegten Elektronen im Leiter eine Lorentzkraft von unterschiedlicher Größe, je nach Winkel zum Magnetfeld. Durch diese Lorentzkraft werden die Elektronen zu einer Seite abgelenkt. Durch das so entstehende Spannungsgefälle wirkt nun eine zusätzliche elektrische Kraft genau entgegen der Lorentzkraft. Mit der Zeit wird sich also ein Gleichgewicht, bzw. eine konstante Spannung, die sogenannte Hallspannung $U_H$zwischen den Seiten einstellen. Da eine Hallsonde normalerweise immer senkrecht zum zu messenden Magnetfeld eingebracht wird, reicht es diesen Sonderfall zu betrachten:

$$F_{el} = F_L \quad \Leftrightarrow \quad evB = e\frac{U_H}{d}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{v \cdot d} \cdot U_H$$

Im ersten Aufgabenteil soll die Hallspannung zwischen zwei Helmholtzspulen an vorgegebenen Messpunkten bei unterschiedlichen Spulenströmen bestimmt werden. Die Anordnung des Helmholtzspulenpaares entspricht der, in der sich nachher das Fadenstrahlrohr befindet.

1.2 Eichen der Hallsonde

Der Zusammenhang zwischen der gemessenen Hallspannung und dem B-Feld wurde bereits hergeleitet. Es ist offensichtlich, dass es sich bei dem Faktor $\frac{1}{v \cdot d}$ um eine Konstante der Hallsonde handelt. Kennt man also den Wert des B-Feldes am Punkt, an dem die Hallspannung gemessen wurde, so lässt sich diese Konstante bestimmen. Das Feld einer langen Spulen ist so ein leicht zu bestimmendes. Es gilt:

$$B = \mu_0 \cdot I \cdot \frac{n}{L}$$

I ist dabei der Strom der durch die Spule fließt, n die Windungszahl und L die Länge der Spule. Nun kann aus mehereren Wertepaaren (es sollen etwa 10 aufgenommen werden) mittels einer Regressionsgeraden die Kosante bestimmt werden, indem man entweder B ausrechnet und über U_H aufträgt oder direkt I über U_H aufträgt. In beiden Fällen lässt sich die Konstante aus der Steigung bestimmen.

1.3 Homogenität des Magnetfeldes

Da nun die Feldstärke B aus der Hallspannung berechnet werden kann, können die erhaltenen Ergebnisse mit dem theoretischen Feld innerhalb eines Helmholtzspulenpaares verglichen werden. Für dieses gilt (wenn der Spulenradius = dem Spulenabstand = R):

$$B = 0{,}7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R}$$

Außerdem soll das Feld auf Homogenität überprüft werden, welche für den eigentlichen Versuch eine wichtige Voraussetzung ist.

1.4 Elektronenkreisbahnen

Tritt ein Elektron mit der Geschwindigkeit v senkrecht zu den Feldlinien in ein Magnetfeld ein, so erfährt es durch die Lorentzkraft eine Ablenkung, da diese Ablenkung immer tangential zu seiner momentanten Bewegungsrichtung ist, beschreibt das Elektron eine Kreisbahn. Es gilt, dass die Radialkraft gleich der Lorentzkraft ist:

$$F_r = F_L \qquad \Leftrightarrow \quad \frac{mv^2}{r} = e \cdot v \cdot B$$

Die Elektronen werden vor dem Eintritt in das B-Feld durch eine Anodenspannung auf eine bestimmte Geschwindigkeit gebracht. Es gilt:

$$\frac{1}{2}mv^2 = e \cdot U$$

Kombiniert man diese beiden Formeln so folgt für die spezifische Ladung:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2B^2}$$

bzw mit der theoretischen Formel für das Magnetfeld innerhalb der Helmholtzspule:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 \cdot \left(0{,}7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R}\right)^2}$$

Ein Fadenstrahlrohr besteht aus einem mit Gas gefüllten Glaskolben. Aus einer Glühkathode

treten Elektronenwolken aus und werden durch das elektrische Feld bis hin zur Lochanode beschleunigt. Die Elektronen beschreiben nun wie hergeleitet eine Kreisbahn die durch, das durch Stöße mit den Elektronen zum leuchten gebrachte Gas sichtbar gemacht werden. Es sollen 4 Messreihen aufgenommen werden:

- Radius in Abhängigkeit von der Anodenspannung, bei zwei unterschiedlichen Spulenströmen
  Bei konstantem Spulenstrom gilt:
  $$r^2 \propto U$$
- Radius in Abhängigkeit vom Spulenstrom, bei zwei unterschiedlichen Anodenspannungen
  Bei konstanter Anodenspannung gilt:
  $$r \propto \frac{1}{I}$$

Um e/m aus allen Messreihen zusammen zu bestimmen, trägt man am besten r^2 über U/I^2. Aus der Steigung der Regressionsgeraden lässt sich die spezifische Ladung des Elektrons dann schließlich bestimmen.

2 e/m-Bestimmung nach der Methode von Busch

In einer Oszillographenröhre werden durch eine Elektronenheizung Elektronen freigesetz und von einer Anodenspannung beschleunigt. Der Elektronenstrahl wird mit Hilfe eines Wehneltzylinders konzentriert. Die Strahlintensität lässt sich durch die Spannung zwischen Wehneltzylinder und Kathode (Spannung g_1)regeln. Die Strahlschärfe lässt sich über die Spannung g_3 einstellen. In der Oszillographenröhre befinden sich zwei Ablenkplattenpaare (es wird immer nur ein paar benutzt). Legt man an diese Platten einen Wechselstrom an, so wird auf dem Schirm des Oszillographen ein Strich zu sehen sein, da der Elektronenstrahl zwischen den Auslenkungen $-\Theta_{max}$ und Θ_{max} hin und her schwankt. Außerdem befindet sich die Röhre noch in einer Spule, so dass, wenn ein Strom durch die Spule fließt, eine Lorentzkraft auf den Elektronenstrahl wirkt. Die aus der Lorentzkraft resultierende Ablenkung hängt von der Geschwindigkeit senkrecht zu den Feldlinien, des Magnetfledes ab. Beim Ablenkungswinkel Θ (Ablenkung durch Platten) lässt sich die Geschwindigkeit in eine Komponente parallel und eine senkrecht zu den Feldlinien aufteilen.

$$v_s = v \cdot \sin\Theta \qquad\qquad v_p = v \cdot \cos\Theta$$

Die Elektronen bewegen sich also auf einer Spiralbahn, wobei durch v_p die Bewegung in Richtung Schirm verursacht wird und durch v_s die Kreisbewegung. Man kann nun für kleine Winkel die Zeit bestimmen nach der der Elektronenstrahl auf den Schrim trifft:

$$T = \frac{L}{v_p} = \frac{L}{v \cdot \cos\Theta} \approx \frac{L}{v} \qquad \text{mit } v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Wenn ein Elektron bei Erreichen des Schrims eine ganze Anzahl von Kreisdurchläufen hinter sich hat, so kommt es am selben Punkt an, wie ohne Ablenkplatten und ohne Spulenfeld. Die Zeit für einen Kreisdurchlauf erhält man aus:

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v_s} \qquad \text{mit } \frac{mv_s^2}{r} = B \cdot e \cdot v_s \Leftrightarrow r = \frac{m \cdot v_s}{B \cdot e}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot m}{B \cdot e}$$

Setzt man nun die Umlaufzeit und die Zeit bis zum Schirm gleich und löst nach e/m auf so erhält man:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot U}{B^2 \cdot L^2}$$

Man muss also experimentell bestimmen bei welcher Magnetfeldstärke auf dem Schirm nur noch ein Punkt zu sehen ist, wenn man voraussetzt, dass die Beschleunigungsspannung U und die Röhrenlänge L bekannt sind. Da es sich bei der verwendeten Spule allerdings nicht um eine „lange“ Spule handelt, sie also kein homogenes Magnetfeld besitzt, muss über das Magnetfeld gemittelt werden. Es gilt:

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2L}\left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (l - a)^2}}\right)$$