

Versuchsauswertung P1-42: Lichtgeschwindigkeitsmessung

Kathrin Ender, Michael Walz
Gruppe 10

27. Januar 2008

Inhaltsverzeichnis

0	Zur Auswertung	2
1	Drehspiegelmethode	2
2	Phasenvergleichsmethode	4
2.2	Justierung und Eichung	4
2.3	Lichtgeschwindigkeitsmessung	4
2.3.1	Lichtgeschwindigkeit in Luft	4
2.3.1.1	Lissajous-Gerade	5
2.3.2	Brechzahl von Wasser	5
2.3.2.1	Lissajous-Gerade	5
2.3.2.2	Vergleich mit Literatur	6
2.3.3	Brechzahl von Plexiglas	6
2.3.3.1	Lissajous-Gerade	6
2.3.3.2	Vergleich mit Literatur	6

0 Zur Auswertung

Alle Messwerte befinden sich im handgeschrieben angehängten Versuchsprotokoll. Diese Werte wurden am Computer abgetippt und dem Programm GNUPLOT¹ zur linearen Regression übergeben und die Werte für Steigung, Y-Achsenabschnitt und den statistischen Fehler der beiden von dort übernommen. GNUPLOT nutzt zur linearen Regression die Formeln 16–18 aus dem Fehlerrechnungsskript zum Praktikum.

Die meisten Messwerte mussten aufgrund der Ableseskalen (oder aus sonstigen Gründen) noch umgerechnet werden. Aufgrund des massiven Rechenaufwandes erledigten wir dies direkt am Computer unter GNUPLOT mittels der Option „using“²; sowohl bei der Regression (über „fit“) wie auch beim Erstellen der Graphen (über „plot“).

Die Literaturwerte sind dem Metzler Physik in der 3. Auflage vom Schroedelverlag entnommen.

1 Drehspiegelmethode

Den grundsätzlichen Versuchsaufbau, wie in der Vorbereitung beschrieben, fanden wir bereits vor. Nachdem wir die Abstände zwischen den einzelnen Komponenten überprüft hatten, galt es „lediglich“ noch die Spiegel und die Linse zu justieren um einen idealen Strahlengang zu erhalten. Dies stellte sich jedoch als knifflig heraus. Schon bei der Höheneinstellung des Drehspiegels ergab sich ein Problem. Der Spiegel sollte so eingestellt werden, dass der Laserstrahl in einer Ebene verläuft, der Strahl also bei passendem Winkel des Drehspiegels wieder auf die Laseraustrittsöffnung trifft. Leider „verrutschte“ der Drehspiegel, wenn wir ihn in Rotation versetzten häufig, so dass der Strahl über oder unter die Laseraustrittsöffnung zurückgeworfen wurde. Wir probierten etwas herum bis er schließlich in einer Stellung trotz Rotation stabil zu sein schien. Die Linse wurde so positioniert, dass der Strahl auf dem Endspiegel fokussiert wurde. Der Endspiegel wurde so eingestellt, dass der von ihm zurückgeworfene Strahl ungefähr wieder auf dieselbe Stelle am Umlenkspiegel traf. Außerdem achteten wir immer darauf, dass der Strahl in der Mitte der Spiegel auftraf.

Die so erreichte Justierung war allerdings nicht optimal, so dass wir noch einen recht breiten Punkt auf der Ableseskala erhielten, der aber zum messen ausreichend war. Interessant war, dass tatsächlich zwei Punkte unterschiedlicher Intensitäten zu erkennen waren, obwohl wir theoretisch nur einen erwartet hatten. Der Punkt mit der höheren Intensität ist der erwartete Punkt, der zweite entsteht durch Reflexion im Strahlteiler. Der eingehende Strahl wird einmal an der oberen und einmal an der unteren Innenseite reflektiert und tritt dann aus, daher ist er leicht versetzt und hat eine geringere Intensität. In der Messung verwendeten wir den Punkt mit der höheren Intensität um die Ablenkung abzulesen.

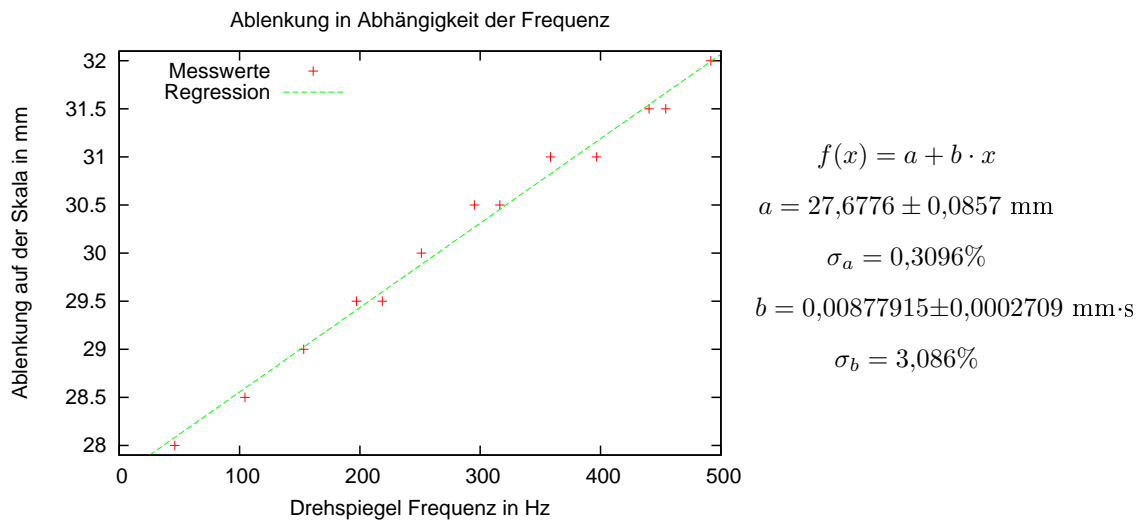
Wir maßen nun die Ablenkung s auf der mm-Skala in Abhängigkeit von der Frequenz. Die eingestellte Frequenz konnte an einem Frequenzzähler abgelesen werden. Mit der in der Vorbereitung hergeleiteten Auswertungsformel und durch eine lineare Regression lässt sich die Lichtgeschwindigkeit bestimmen. Die Auswertungsformel lautet:

$$s = \frac{8\pi \cdot d_{LD} \cdot (d_{UE} + d_{DU})}{c} \cdot f$$

Die Regression wurde mit Gnuplot durchgeführt.

¹<http://www.gnuplot.info/>

²<http://www.gnuplot.info/docs/node133.html>



Für die Lichtgeschwindigkeit ergibt sich:

$$c = \frac{8\pi \cdot d_{LD} \cdot (d_{UE} + d_{DU})}{b} \approx 2,60 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{vgl. } c_{\text{Literatur}} = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dieser so ermittelte Wert weicht um 13,3% vom Literaturwert ab. Da der statistische Fehler den wir aus der Regression erhalten nur um die 3% liegt lässt dies auf systematische Fehler schließen. Mögliche Fehlerquellen bei diesem Versuch:

- nicht optimaler Strahlengang durch Fehljustierung oder nachträglich verrutschende Spiegel
- Angezeigter Wert am Frequenzzähler schwankte sehr. Dies kann entweder bedeuten, dass der Zähler nicht genau anzeigt oder dass die Rotationsfrequenz nicht konstant blieb. Wahrscheinlich traf beides zu.
- Ablesefehler an mm-Skala: wie oben bereits erwähnt hatten wir keinen scharfen Ablesepunkt, so dass wir immer versuchten an der Mitte des „Lichtkreises“ abzulesen. Da wir eine vernünftige Anzahl an Messwerten nehmen wollten um den statistischen Fehler zu minimieren, mussten wir unsere Frequenzschritte so klein machen, dass fast keine Änderung auf der Skala zu erkennen war, da wir diese nur auf einen halben Millimeter genau ablesen konnten.

Bedenkt man diese Fehlerquellen, so ist der erhaltene Wert für die Lichtgeschwindigkeit unter den gegebenen Umständen doch annehmbar.

Im Versuch sollte man außerdem noch probieren die Frequenz von 440Hz mittels der Schwebung, die bei Überlagerung eines Stimmgabeltons mit dem Motorgeräusch auftritt, einzustellen. Dies gelang uns ohne zu wissen, dass wir uns im richtigen Frequenzbereich befanden nur mäßig. Mit Blick auf die Frequenzanzeige des Motors konnten wir die Schwebung dann aber doch hören.

2 Phasenvergleichsmethode

2.2 Justierung und Eichung

Als erstens maßen wir die Frequenzen unserer Signale mit Hilfe eines speziellen Frequenzzähles:

$$\frac{\omega}{10} = 2\pi \cdot 5998,93 \text{ kHz} \quad \omega - \Omega = 2\pi \cdot \frac{99,99 + 100,03}{2} \text{ kHz} = 2\pi \cdot 100,01 \text{ kHz}$$

Für die Differenz $\omega - \Omega$ gibt es zwei Messdaten von denen der Mittelwert genommen wurde; nämlich die des Senders und die des Empfängers. Daraus folgt ein Zeitdehnungsfaktor:

$$k := \frac{\omega}{\omega - \Omega} = 599,8$$

Anschließend musste noch die Zeitablenkung des Oszilloskops geeicht werden. Wir maßen 31 Periodendauern des $\frac{\omega}{10}$ -Signals auf 10 cm bei einer eingestellten Zeitablenkung von $0,5 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}}$. Bei $0,1 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}}$ maßen wir 6,5 Perioden. Daraus ergibt die wirkliche Zeitablenkung:

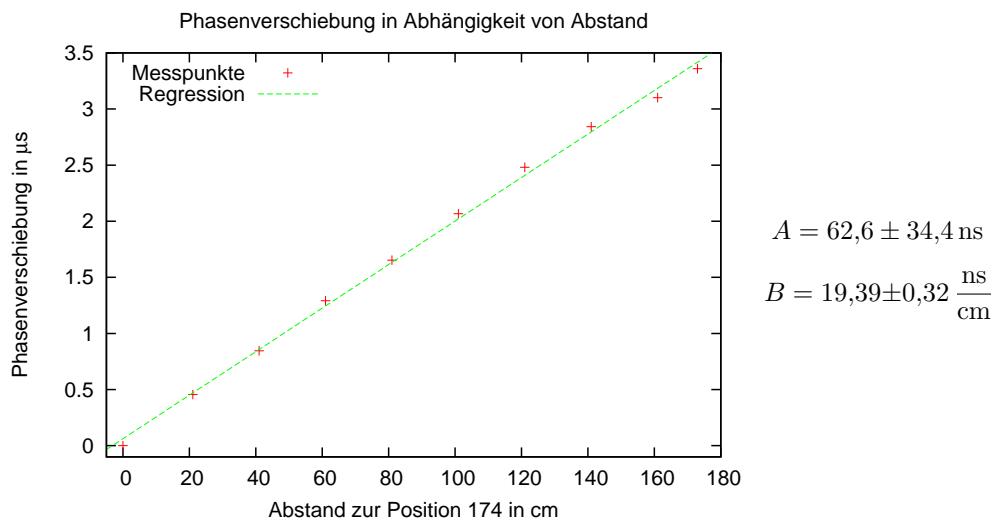
$$\xi_{0,5} = 0,5168 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}} \quad \xi_{0,1} = 0,1084 \frac{\mu\text{s}}{\text{cm}}$$

Wir stellten die Linse grob im Abstand von 15 cm vom Empfänger auf, damit der Lichtstrahl optimal auf die Photodiode gebündelt wird. Anschließend variierten wir die Parameter *Strahlrichtung*, *Abstand Leuchtdiode-eingebaute Linse*, *Linsenort* und *Linsenneigung* einzeln jeweils so, dass sich die Amplitude des Empfangssignal am Oszilloskop maximierte.

2.3 Lichtgeschwindigkeitsmessung

2.3.1 Lichtgeschwindigkeit in Luft

Über das Oszilloskop wurde die Phasenverschiebung zwischen den beiden Signalen der Dioden in Abhängigkeit vom Abstand zur Anfangslage gemessen. Die Y-Achsen wurde so eingestellt, dass bei Anlegen des *Groundsignals* das Signal genau auf der X-Achse zu liegen kam. Die Phasenverschiebung an der Anfangslage stellten wir über das Hauptgerät auf Null ein. Ohne Beachtung der Zeitdehnung k ergab sich mit Berücksichtigung der Eichfaktoren $\xi_{0,1}$ und $\xi_{0,5}$ die folgende Regression mit $\Delta t' = B \cdot s + A$. Dabei ist $\Delta t'$ die gemessene Phasenverschiebung am Oszilloskop und s der Abstand zur Ausgangslage.



Man sieht, dass der Y-Achsenabschnitt sehr klein ist (daher auch der große relative Fehler). Dies ist gut, da wir ihn ja extra auf Null gestellt hatten. Der statistische Fehler der Steigung ist mir 1,7% sehr gut. Unter Berücksichtigung der Zeitdehnung erhalten wir:

$$\begin{aligned}\Delta t' &= k \cdot \Delta t & \Delta t &= \frac{B}{k} \cdot s + A & s &= \frac{k}{B} (\Delta t - A) \\ \Rightarrow c_1 &= \frac{\partial s}{\partial \Delta t} = \frac{k}{B} = 3,09 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Die Abweichung zur definierten Lichtgeschwindigkeit von $c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ liegt bei 3,2%. Dies liegt vermutlich nur zum kleinen Teil an dem statistischen Fehler der Regression und wahrscheinlich zum größten Teil an systematischen Messfehlern, wobei an vermutlich erster Stelle die Ablesefehler zu nennen sind. Das Ablesen am rein analogen Oszilloskop ist recht ungenau. Der Fehler liegt hier bei $\pm 0,2$ Kästchen. Damit ist der reine Ablesefehler bei beispielsweise 4 Kästchen Gesamtverschiebung mit bereits $\frac{0,2}{4} = 5,0\%$ doch recht groß. Diese Fehlerquelle hätte man mit einem digitalen Oszilloskop minimieren können.

2.3.1.1 Lissajous-Gerade

Wir stellen die Phasenverschiebung so ein, dass bei einer Sendeposition von 172 cm auf der Zeiß-Schiene eine Lissajous-Gerade zu sehen war. Bei einer Stellung von -72 cm erhielten wir wieder eine Gerade, allerdings eine in y-Richtung gestauchte, da die Empfangsqualität abnahm. Ebenso war die Gerade an der Y-Achse gespiegelt. Die Phasenverschiebung entsprach damit genau $\frac{\lambda}{2}$. Die daraus berechnete Lichtgeschwindigkeit ist:

$$c_2 = 2 \cdot \Delta s \cdot f = 2 \cdot (172 + 72) \text{ cm} \cdot 59\,989,3 \text{ kHz} = 2,93 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Der Fehler zum korrekten Wert liegt bei 2,3%. Schön ist, dass der Wert diesmal auf der anderen Seite des korrekten Wertes liegt. Dies zeigt, dass wir im Rahmen unserer Möglichkeiten recht genau gemessen haben.

Im Folgenden werden wir immer dann mit c_2 rechnen, wenn wir die Methode der Lissajousfiguren anwenden und mit c_1 , wenn wir die Phasenverschiebung am Oszilloskop messen.

2.3.2 Brechzahl von Wasser

Nun wurde $s = 1$ m des Luftweges durch Wasser ersetzt und dabei die Phasenverschiebung auf Null eingestellt.

Nach Entfernen des Wassers ergab sich eine Phasenverschiebung von

$$\Delta t = \frac{1}{k} \cdot 6,0 \cdot \xi_{0,1} = 1,0844 \text{ ns}$$

Über die bereits gemessene Lichtgeschwindigkeit c_1 kann nun die Brechzahl von Wasser berechnet werden:

$$n_{\text{Wasser}} = \frac{c_1 \cdot \Delta t}{s} + 1 = 1,34$$

2.3.2.1 Lissajous-Gerade

Wieder stellten wir die Phasenverschiebung mit Wasser auf Null ein, sodass eine Lissajous-Gerade entstand. Nach Entfernen des Wassers maßen wir die Entfernung, um die wir den Lichtweg vergrößern mussten, damit wieder die gleiche (diesmal nicht gespiegelte) Lissajous-Gerade auf dem Oszilloskop entstand.

$$\Delta s = 36 \text{ cm} \quad n_{\text{Wasser}} = \frac{\Delta s}{s} + 1 = 1,36$$

2.3.2.2 Vergleich mit Literatur

Die Literatur gibt für Wasser eine Brechzahl von $n_{\text{Wasser}} = 1,33$ an. Die Abweichung unseres Mittelwerts liegt bei 1,5%, womit die Messung als sehr gut angenommen werden kann.

2.3.3 Brechzahl von Plexiglas

Beim Plexiglas konnte wir mit dem Oszilloskop bei $s = 8$ cm keine messbare Phasendifferenz feststellen, obwohl (wenn man die anderen Messwert als korrekt annimmt) eine Phasenverschiebung von ca. 0,4 Kästchen auf dem Oszilloskop erscheinen sollte³. Für $s = 30$ cm ergab sich:

$$\Delta t = \frac{1}{k} \cdot 1,8 \cdot \xi_{0,1} = 0,325 \text{ ns}$$
$$n_{\text{Plexiglas}} = \frac{c_1 \cdot \Delta t}{s} + 1 = 1,33$$

2.3.3.1 Lissajous-Gerade

Mit der Methode der Lissajous-Gerade ergab sich für $s = 8$ cm eine notwendige Verschiebung von $\Delta s = 3$ cm:

$$n_{\text{Plexiglas}} = \frac{\Delta s}{s} + 1 = 1,38$$

Mit der längeren Plexiglasröhre ergab sich:

$$\Delta s = 12 \text{ cm} \quad s = 30 \text{ cm} \quad n_{\text{Plexiglas}} = \frac{\Delta s}{s} + 1 = 1,40$$

2.3.3.2 Vergleich mit Literatur

Die Literatur gibt für Plexiglas eine Brechzahl von $n_{\text{Wasser}} = 1,51 \pm 0,01$ an. Die Abweichung unseres Mittelwerts $\bar{n}_{\text{Plexiglas}} = 1,37$ liegt bei knapp 10%. Ein etwas größere Fehler war bereits zu erwarten, da die Messung schon problematisch war. So wurde (s.o.) beim 8cm-langen Probestück keine Phasendifferenz festgestellt, was auf einen doch etwas größeren Messfehler hindeutet.

³Dies zeigt, dass die Ablesegenauigkeit am Oszilloskop doch recht hoch ist.