

Versuchsvorbereitung P1-31: Geometrische Optik

Kathrin Ender
Gruppe 10

9. Dezember 2007

Inhaltsverzeichnis

1	Bestimmung von Brennweiten	2
1.1	Ausmessen der Brennweite	2
1.2	Besselsches Verfahren	2
1.3	Abbésches Verfahren	3
2	Aufbau optischer Instrumente	3
2.1	Keplersches und Galileisches Fernrohr	3
2.2	Projektionsapparat	4
2.3	Mikroskop	4

In diesem Versuch zur Geometrischen Optik werden wir uns zunächst mit der Bestimmung von Brennweiten von Linsen beschäftigen. Und außerdem noch einige optische Instrumente aufbauen. Die Skizzen zum Strahlenverlauf, bzw. Aufbau befinden sich im Anhang der Vorbereitung. Alle zur Rechnung benutzten Größen sind als Strecken angesehen worden, dh. sowohl Gegenstands- als auch Brennweite, sowie alle Brennweiten sind immer positiv.

1 Bestimmung von Brennweiten

In diesem Versuchsteil werden zwei unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung von Brennweiten angewandt. Einmal das Besselsche Verfahren mit dem die Brennweite einer dünnen Linse bestimmt werden soll und einmal das Abbé-Verfahren mit dem die Brennweite eines Zweilinsensystems bestimmt werden soll.

1.1 Ausmessen der Brennweite

Zunächst soll die Brennweite einer dünnen Sammellinse mit Hilfe eines Maßstabes und eines Schirms bestimmt werden. Da die Sammellinse parallel-einfallende Strahlen (also z.B. Tageslicht) im Brennpunkt bündelt, kann man um die Brennweite zu bestimmen die Entfernung zwischen Schirm und Linsenmitte messen, wenn auf dem Schirm nur ein Lichtpunkt zu erkennen ist, er also direkt im Brennpunkt steht. Diese Methode ist natürlich sehr ungenau und liefert nur einen groben Anhaltspunkt für die tatsächliche Brennweite. Um die Brennweite genauer bestimmen zu können, so dass auch sphärische und chromatische Abberation deutlich werden, wird das Besselsche Verfahren verwendet.

1.2 Besselsches Verfahren

Zunächst eine kurze Erklärung zu den Begriffen sphärische und chromatische Abberation (Abberationen sind im Grunde Linsenfehler):

- sphärische Abberation: Der Brennpunkt für parallel auf eine Sammellinse fallende Strahlen ist abhängig von ihrer Entfernung von der mittig durch die Linse verlaufenden optischen Achse. Der Brennpunkt für achsenferne Strahlen liegt vor dem für achsennahe Strahlen.
- chromatische Abberation: Hierbei handelt es sich um einen Farbfehler. Der Brechungsindex hängt nämlich von der Wellenlänge des einfallenden Lichtes ab. Blaues parallel zur optischen Achse einfallendes Licht ($\lambda \approx 480nm$) sammelt sich in einem Brennpunkt, der vor dem für roten parallel einfallendem Licht ($\lambda \approx 650nm$) liegt.

Das Besselsche Verfahren zur Bestimmung der Brennweite nutzt aus, dass es bei festem Abstand e zwischen Schirm und Gegenstand zwei Positionen gibt, bei denen ein scharfes Bild auf dem Schirm entsteht. Dies lässt sich herleiten aus der Verknüpfung von Gegenstands-, Bild- und Brennweite:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \quad \text{mit } f = \text{Brennweite} \quad b = \text{Bildweite} \quad g = \text{Gegenstandsweite}$$

Setzt man nun $g = e - b$ ein, so erhält man eine quadratische Gleichung für b die folgende Lösungen liefert:

$$b_1 = \frac{e}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right) \quad \text{und} \quad b_2 = \frac{e}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right)$$

Der Abstand d zwischen den zwei Stellungen ergibt sich aus $d = |b_1 - b_2| = e \cdot \sqrt{1 - \frac{4f}{e}}$. Löst man dies nun nach f auf erhält man die gesuchte Brennweite:

$$f = \frac{1}{4} \cdot \left(e - \frac{d^2}{e} \right)$$

Wenn $e < 4f$ dann gibt es keine zwei Stellungen mehr für, die das Bild scharf ist und wenn e/f zu groß gewählt wird, dann wird eines der Bilder sehr klein, so dass es schwer scharf zu stellen ist.

1.3 Abbésches Verfahren

Mit dem Abbéschen Verfahren soll nun die Brennweite eines Zweilinsensystems bei verschiedenen Linsenabständen bestimmt werden. Für festen Linsenabstand soll auch die Lage der Hauptebenen bestimmt werden. Beim Abbéschen Verfahren arbeitet man mit sogenannten Marken, da die Gegenstands- und Bildweite nicht bestimmt werden können, wenn die Lagen der Hauptebenen nicht bekannt ist. Stattdessen verwendet man den messbaren Abstand Marke-Gegenstand x . Durch Umformen von $1/f = 1/b + 1/g$ erhält man:

$$\frac{1}{\beta} = \frac{g}{f} - 1 \quad \text{wobei} \quad \beta = \frac{b}{g} = \frac{B}{G} \quad \text{mit } B = \text{Bildgröße, } G = \text{Gegenstandsgröße}$$

Setzt man nun für die Gegenstandsweite $g = x - l$, wobei l der Abstand der Marke zur Hauptebenen ist. So erhält man:

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{f} \cdot x - \left(\frac{l}{f} + 1 \right)$$

Trägt man also bei mehreren Linsenabständen die reziproke Vergrößerung über dem Abstand Marke-Gegenstand x auf. So kann man aus der Steigung der Regressionsgeraden die Brennweite bestimmen und aus dem y-Achsenabschnitt den Abstand der l . Um nun den Abstand zwischen den beiden Hauptebenen berechnen zu können, muss das Experiment nochmal mit um 180° gedrehter Linsenordnung durchgeführt werden. So kann man den Abstand zwischen Marke und der zweiten Hauptebene l' bestimmen und daraus den Abstand der beiden Hauptebenen $h=l+l'$. Die Brennweiten der Einzellinsen können berechnet werden aus zwei unterschiedlichen Linsenabständen mittels:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{h}{f_1 f_2}$$

2 Aufbau optischer Instrumente

2.1 Keplersches und Galileisches Fernrohr

Das Keplersche Fernrohr besteht aus zwei bikonvexen Sammellinsen. Die so stehen, dass der Abstand zwischen den beiden Linsen gleich $f_1 + f_2$ ist. Die Brennpunkte fallen also zusammen. Kommt nun Licht von einem weit entfernten Objekt, so können die einfallenden Strahlen als parallel betrachtet werden. Im Brennpunkt entsteht ein Zwischenbild. Das Bild, dass vom Betrachter wahrgenommen wird ist außerdem verkehrt herum. Für die Vergrößerung gilt:

$$V = \frac{f_1}{f_2}$$

Die theoretische Vergrößerung soll durch experimentelle Bestimmung der Vergrößerung überprüft werden.

Das Galileische Fernrohr verwendet anstatt einer Sammellinse eine Zerstreuungslinse (also eine bikonkave Linse) als Okular. Der Abstand zwischen den beiden Linsen muss $f_1 - f_2$ sein. Die Brennpunkte der beiden Linsen fallen also „hinter“ der zweiten Linse zusammen. Im Gegensatz zum keplerschen Fernrohr sieht der Betrachter beim galileischen Fernrohr ein aufrechtes Bild.

2.2 Projektionsapparat

Es soll ein Projektionsapparat gebaut werden, der $24\text{mm} \times 36\text{mm}$ Diapositive in etwa 1,5m Entfernung mit zehnfacher Vergrößerung projiziert. Man benötigt eine Sammellinse um eine komplette Ausleuchtung des Dias zu garantieren (die sogenannte Kondensorlinse) und eine weitere Sammellinse um das Dia zu vergrößern, wobei das Bild außerdem auf dem Kopf abgebildet wird. Je nach dem auf welche Entfernung sich die 1,5m beziehen kann man nun ausrechnen in was für einem Abstand sich die zweite Sammellinse von Dia und Schirm befinden muss und welche Brennweite sie haben müsste, damit eine zehnfache Vergrößerung erreicht wird.

- $g + b = 1,5\text{m}$, das vergrößerte Bild entsteht also 1,5m hinter dem Dia. Mit der Vergrößerung $b/g = 10$ und $1/f = 1/b + 1/g$ folgt:

$$g \approx 13,6\text{cm} \quad b \approx 1,364\text{m} \quad f \approx 12,4\text{cm}$$

- $b = 1,5\text{m}$, das vergrößerte Bild entsteht also 1,5m hinter der Linse, was eine logische Annahme ist, wenn man den Diaprojektor als angeschlossenes Gerät betrachtet. Dann folgt mit denselben Formeln wie oben:

$$b = 1,5\text{m} \quad g = 15\text{cm} \quad f \approx 13,6\text{cm}$$

2.3 Mikroskop

Ein Mikroskop besteht aus zwei Sammellinsen. Die Linse die dem zu betrachtenden Objekt am nächsten ist wird als Objektiv bezeichnet, die an der Betrachterseite als Okular. Durch das Objektiv entsteht vor dem Okular ein vergrößertes Zwischenbild, welches durch das Okular wie durch eine Lupe betrachtet, also nochmals vergrößert wird. Nun gilt es die Gesamtvergrößerung zu berechnen.

Der zu betrachtene Gegenstand sollte möglichst nah an den Brennpunkt des Objektivs (Brennweite Objektiv = f_1) herangebracht werden, so dass die Gegenstandsweite näherungsweise der Brennweite des Objektivs entspricht

$$g = \delta + f_1 \approx f_1$$

Für die Vergrößerung des Objektivs gilt also:

$$V_{ob} = \frac{b}{g} = \frac{t - f_2}{f_1}$$

Hierbei ist t die Tubuslänge des Mikroskops, also der Abstand zwischen den beiden Linsen, diese wird so eingestellt, dass das Zwischenbild im Brennpunkt des Okulars (Brennweite des Okulars = f_2) liegt. Der Betrachter sieht nun wie bei einer Lupe ein vergrößertes Bild im Unendlichen für eine Lupenvergrößerung gilt:

$$V_{ok} = \frac{s_0}{f_2}$$

s_0 ist die Nahpunktsentfernung. Sie gibt an bis zu welchem Abstand das menschlich Auge noch akkumulieren kann (laut Vorbereitungsmappe $s_0 = 15\text{cm}$). Die Gesamtvergrößerung ergibt sich aus dem Produkt der Einzelvergrößerungen.

$$V_{ges} = \frac{(t - f_2) \cdot s_0}{f_1 \cdot f_2}$$

Betrachtet man nur diese Formel so scheint es, als sei es möglich durch Linsen mit immer kleineren Brennweiten eine immer größerer Vergrößerung zu erzeugen und damit auch eine immer bessere Auflösung. Dies trifft aber wegen der Wellennatur des Lichts nicht zu. Es ist nicht möglich zwei Punkte aufzulösen die näher beieinander liegen als die halbe Wellenlänge des Lichts.