

**Protokoll:**  
**Elektrische Leitfähigkeit von Festkörpern  
bei tiefen Temperaturen**

Versuchstag: 25.05.2009

Kathrin Ender, Michael Walz

Gruppe 101

## Inhaltsverzeichnis

<b>A Grundlagen</b>	<b>3</b>
1 Ziel des Versuches	3
2 Elektrischer Widerstand von Metallen	3
2.1 Drude-Modell . . . . .	3
2.2 Matthiessche Regel . . . . .	3
2.3 Temperaturabhängigkeit der Phonenstreuung . . . . .	3
2.3.1 Grüneisen-Borelius . . . . .	4
3 Leitfähigkeit von Halbleitern	4
3.1 Intrinsischer Halbleiter . . . . .	4
3.2 Extrinsischer Halbleiter . . . . .	4
4 Supraleiter	5
4.1 BCS-Theorie . . . . .	5
4.2 Supraleiter im Magnetfeld . . . . .	6
4.3 GLAG-Theorie . . . . .	7
<b>B Experiment</b>	<b>8</b>
5 Versuchsaufbau	8
6 Measurements	9
<b>C Analysis</b>	<b>10</b>
7 Resistance graph	10
8 Debye temperatur	11
9 Specific resistance	14
10 Superconductivity of Nb	15
11 Activation energy of Si	17
12 Error estimation	17
12.1 Some serious error estimation . . . . .	18

### Vorbemerkung/preliminary note

Die ersten beiden Teile „Grundlagen“ und „Experiment“ sind auf Deutsch verfasst. Die Auswertung („Analysis“) ist wegen englischsprachiger Betreuung in Englisch verfasst.

The first two parts „Basics“ („Grundlagen“) and „Experiment“ are written in German. The „Analysis“ ist written in English due to an english speaking tutor.

## Teil A

# Grundlagen

## 1 Ziel des Versuches

Es sollen die elektrische Leitfähigkeiten (Kehrwert des elektrischen Widerstandes) von Metallen, Halbleitern und Supraleitern und deren Temperaturabhängigkeit untersucht werden. Als Beispielprobe für die jeweilige Klasse dienen Kupfer (Metall), Niob (Supraleiter) und P-dotiertes Silicium (Halbleiter). Gemessen wird im Temperaturbereich  $T = 4 - 300$  K, sodass zur Kühlung sowohl Flüssigstickstoff, wie auch Flüssighelium zum Einsatz kommen.

## 2 Elektrischer Widerstand von Metallen

### 2.1 Drude-Modell

Im s.g. Drude-Modell wird davon ausgegangen, dass die Elektronen in einem elektrischen Feld  $E$  beschleunigt werden und nach einer mittleren Stoßzeit  $\tau$  mit den Atomrümpfen stoßen und dabei alle aufgenommene Energie verlieren. Im Mittel stellt sich eine konstante Driftgeschwindigkeit  $v_D$  ein:

$$v_D = \frac{-eE}{m} \cdot \tau$$

Über die Annahme eines linearen Zusammenhangs  $j = \sigma E$  folgt dann für die Leitfähigkeit  $\sigma$ :

$$j = -env_D \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

Die Streuzzeit  $\tau$  setzt sich aus den Beiträgen des Gitters (Phononenstreuung;  $\tau_{\text{Ph}}$ ) und denen der Störstellen  $\tau_{\text{St}}$  zusammen:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{Ph}}} + \frac{1}{\tau_{\text{St}}}$$

### 2.2 Matthiessche Regel

Daraus folgt für den spezifischen Widerstand  $\rho = \frac{1}{\sigma}$ :

$$\boxed{\rho(T) = \rho_{\text{Ph}}(T) + \rho_{\text{St}}}$$

Diesen Zusammenhang bezeichnet man als Matthiessche Regel. Sie besagt, dass für  $T \rightarrow 0$  ein von den Störstellen verursachter Restwiderstand dominieren wird.

### 2.3 Temperaturabhängigkeit der Phononenstreuung

Für das Verhalten des spezifischen Widerstand  $\rho_{\text{Ph}}(T)$  lassen sich für zwei Temperaturbereiche qualitative Aussagen treffen. Die dabei eingeführte Debyefrequenz  $\omega_D$  bezeichnet die maximale Schwingungsfrequenz der Phononen im Debyemodell. Es gilt  $\hbar\omega_D = k_B\Theta$ .  $\Theta$  bezeichnet man als Debyetemperatur.

#### Hochtemperaturlimes ( $T \gg \Theta$ )

Für hohe Temperatur deutlich oberhalb der Debyetemperatur  $\Theta$  gilt:

$$\rho_{\text{Ph}} \propto T$$

**Tieftemperaturliches** ( $T \ll \Theta$ )

Für tiefe Temperatur deutlich unterhalb der Debyetemperatur  $\Theta$  gilt:

$$\rho_{\text{Ph}} \propto T^5$$

Der starke Einbruch beim Übergang zu tieferen Temperatur liegt daran, dass bei  $T < \Theta$  nicht mehr alle Phononen angeregt werden können.

**2.3.1 Grüneisen-Borelius**

Nach Grüneisen-Borelius gilt für den temperaturabhängigen Widerstand  $R_T(T)$  im Hochtemperaturliches:

$$R_T(T) = \left(1,17 \frac{T}{\Theta} - 0,17\right) R_\Theta$$

Über lineare Regression lassen sich die beiden Parameter (Debyetemperatur  $\Theta$  und Debyewiderstand  $R_\Theta$ ) bestimmen. Man beachte dabei, dass nach der oben beschriebenen Matthiesschen Regel gilt:

$$R_{\text{ges}}(T) = R_{\text{Rest}} + R_T(T)$$

**3 Leitfähigkeit von Halbleitern**

Bei Halbleitern muss man zwischen reinen Halbleitern (z.B. reines Silizium) und „verschmutzten“ Halbleitern unterscheiden. Erstere nennt man intrinsisch, letztere extrinsisch. Extrinsischer Halbleiter werden meist durch p- oder n-Dotierung erstellt und spielen eine zentrale Rolle in der Halbleitertechnik.

**3.1 Intrinsischer Halbleiter**

In einem reinen Halbleiter müssen die Elektronen erstmal eine Energielücke  $E_g$  zum nächsten Band überwinden, da weder ein volles Valenz noch ein leeres Leitungsband zum Ladungstransport beitragen. Dementsprechend ist die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit durch den Boltzmannfaktor dominiert:

$$\sigma \propto \exp\left[-\frac{E_g}{2kT}\right]$$

$$R = R_{\text{min}} \cdot \exp\left[+\frac{E_g}{2kT}\right]$$

**3.2 Extrinsischer Halbleiter**

Bei extrinsischen Halbleitern dominieren im Tief- unter Mitteltemperaturbereich die Effekte, die durch die Störstellen (Donatoren oder Akzeptoren) erzeugt wurden. Erst im Hochtemperaturliches nähert sich der extrinsische Halbleiter dem intrinsischen Halbleiter an.

Im Beispiel eines n-dotierten Halbleiters, also ein Halbleiter mit Elektronenüberschuss, erfolgt die gesamte Leitung praktisch nur durch Elektronen:

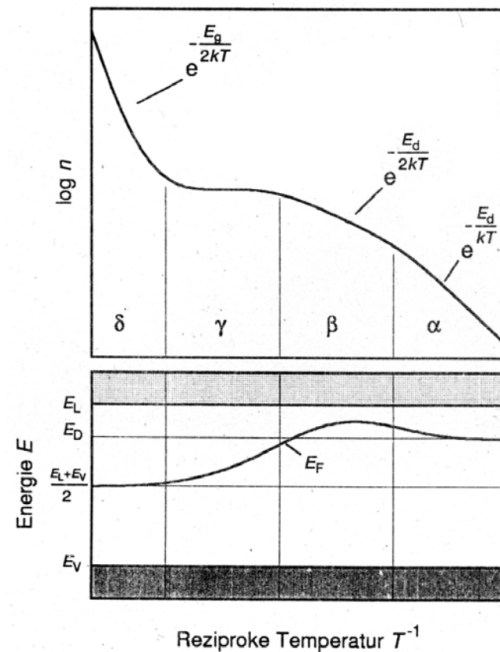
$$\sigma = en\mu$$

Sowohl die Beweglichkeit  $\mu$ , wie auch die Ladungsträgerdichte hängt hierbei von der Temperatur  $T$  ab:

$$\underbrace{\mu \propto T^{-3/2}}_{T \gg \Theta; \text{Phononenbeitrag}} \quad \underbrace{\mu \propto T^{+3/2}}_{T \ll \Theta; \text{Störstellenbeitrag}}$$

Die komplizierte Abhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration ist in folgenden Schaubild dargestellt:

- $\alpha$ : Im Bereich sehr tiefer Temperaturen liegt das Fermi-niveau auf dem Niveau der Donatoren. Mit  $E_d$  im Bild ist der Abstand zum Leitungsband gemeint:  $E_d = E_L - E_D$
- $\gamma$ : Bei Raumtemperatur sind praktische alle Störstellen ionisiert und der intrinsische Beitrag fällt noch nicht ins Gewicht. Deshalb ist hier ein Abflachen zu erkennen.
- $\delta$ : Im Hochtemperaturlimes nähert sich der extrinsische Halbleitern dem intrinsischen Halbleiter an.



## 4 Supraleiter

Im Versuch werden wir außerdem Niob als Beispiel für einen Supraleiter untersuchen. Das Besondere an Supraleitern ist, dass sie unterhalb einer bestimmten Sprungtemperatur praktisch keinen elektrischen Widerstand aufweisen. Das Phänomen der Supraleitung wurde zwar bereits 1908 experimentell entdeckt (heike Kamerlingh Onnes), theoretisch jedoch erst 1950/51 durch Fröhlich und Bardeen beschrieben.

### 4.1 BCS-Theorie

Die starke Änderung der elektrischen Leitfähigkeit deutet darauf hin, dass im System ein Ordnungsvorgang stattfinden muss. Die BCS-Theorie (Bardeen, Cooper, Schrieffer, 1957) erklärt diesen Ordnungsvorgang durch eine anziehende Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen. Die Existenz einer solchen Wechselwirkung kann man sich so erklären, dass ein Elektron im Atomgitter zu einer Polarisierung im Atomgitter führt, da die positiven Ionenrümpfen leicht aus ihren Ruhelagen ausgelenkt werden können. Ein anderes Elektron spürt diese Polarisierung und damit eine Anziehung in Richtung des anderen Elektrons. Bei dieser Wechselwirkung handelt es sich natürlich um eine indirekte Austauschwechselwirkung. Die Phononen (Gitterschwingungen) stellen dabei die Austauschteilchen dar.

Zwei über Phononen wechselwirkende Elektronen können sogar einen gebundenen Zustand ein sogenanntes Cooper-Paar bilden. Die Elektronen in einem solchen Cooper-Paar müssen einen betragsmäßig gleichgroßen aber entgegengesetzten Impuls sowie einen entgegengesetzten Spin besitzen (nur dies führt zu einer Absenkung der Energie und damit zu einem stabilen Zustand).

Die Cooper-Paare sind also bosonische Teilchen (Spin=0) mit einem Gesamtimpuls von Null. Fordert man nun noch, dass bei tiefen Temperaturen alle Cooper-Paare denselben Zustand besetzen, so kann man das Phänomen der Supraleitung erklären. Wird ein elektrisches Feld an das System angelegt, so werden alle Cooper-Paare beschleunigt. Da sie jedoch alle

im gleichen Zustand sein sollen, ist es für ein einzelnes Cooper-Paar nicht erlaubt Impuls mit dem Gitter auszutauschen. Das bedeutet eine unendliche Leitfähigkeit.

Dieser supraleitende Zustand existiert allerdings nur unterhalb einer kritischen Stromdichte. Bei einer zu hohen Stromdichte übersteigt die durch das elektrische Feld aufgenommene Energie die Bindungsenergie der Cooper-Paare, diese werden aufgebrochen und das System geht in einen normalleitenden Zustand über.

## 4.2 Supraleiter im Magnetfeld

Befindet sich ein Supraleiter in einem Magnetfeld, so wird durch dieses Feld ein Dauerstrom induziert. Durch diesen Dauerstrom, der an der Oberfläche des Supraleiters fließt, wird das äußere Magnetfeld aus dem Supraleiter verdrängt. Diesen Effekt bezeichnet man als Meissner-Ochsenfeld-Effekt. Aus der Erklärung im vorherigen Abschnitt ist klar, dass es ein kritisches Magnetfeld geben muss, bei dem gerade der kritische Strom fließt, der den supraleitenden Zustand zerstört.

Man unterscheidet zwei Arten von Supraleitern:

- Supraleiter 1. Art: bis zu einem kritischen Feld  $B_{cth}$  tritt der Meissner-Effekt auf
- Supraleiter 2. Art: bei Feldern bis zum unteren kritischen Feld  $B_{c1}$  zeigen sie den Meissner-Effekt, gehen dann allerdings in die Shubnikov-Phase über, bis beim oberen kritischen Feld  $B_{c2}$  der supraleitende Zustand zerstört wird

Der Meissner-Effekt lässt sich auch erklären, wenn man den Supraleiter als idealen Diamagneten betrachtet. Durch die Abschirmströme, die in der Oberflächenschicht mit der Dicke  $\lambda$  (Londonsche Eindringtiefe) fließen wird eine Magnetisierung erzeugt, die das äußere Magnetfeld vollständig kompensiert:

$$\chi = \frac{\mu_0 M}{B} = -1$$

Supraleiter 2. Art verhalten sich zunächst auch wie ideale Diamagnete. Ab dem unteren kritischen Feld kann das Magnetfeld in sogenannte Flussschläuche eindringen, was zu einem monotonen Abfall der Magnetisierung führt. Der Zusammenhang zwischen äußeren Magnetfeld und Magnetisierung für Supraleiter 1. und 2. Art sind in folgendem Plot dargestellt:

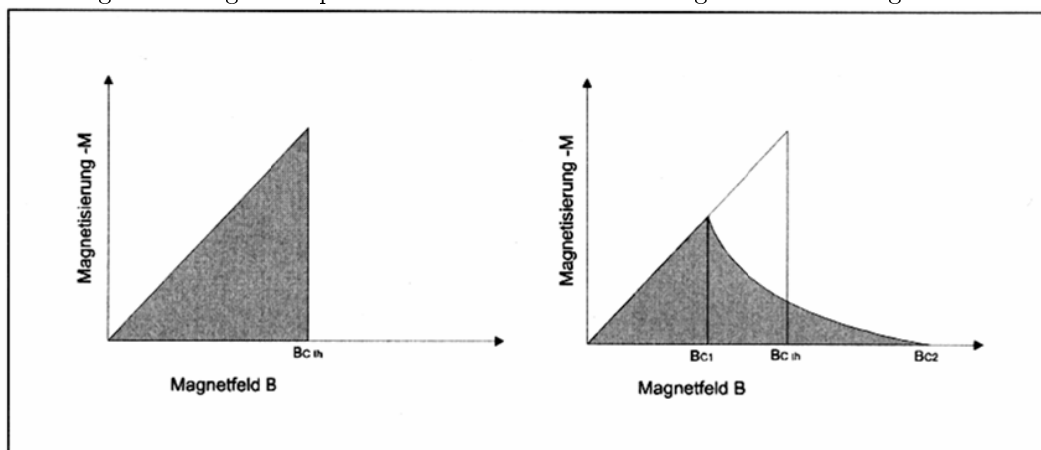


Abb. 1-1 : Schematische Darstellung der Magnetisierungskurven von Supraleitern 1. Art (links) und 2. Art (rechts).

Eine Beschreibung für den Zusammenhang zwischen dem unteren  $B_{c1}$  und oberen kritischen Feld  $B_{c2}$  liefert die GLAG-Theorie (Ginsburg, Landau, Abrikosov, Gorkov)

### 4.3 GLAG-Theorie

Natürlich ist die Eindringtiefe  $\lambda$ , die angibt ab welcher Tiefe das Feld auf  $1/e$ -tel abgefallen ist, temperaturabhängig. Es gilt folgender Zusammenhang:

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} = \left(1 - \left(\frac{T}{T_C}\right)^4\right)^{-1/2}$$

Für das obere kritische Feld gilt:

$$B_{c2}(T) = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi_{GL}^2(T)}$$

Wobei  $\Phi_0 = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{Vs}$  das Flußquant ist und  $\xi_{GL}(T)$  die Ginsburg-Landau-Kohärenzlänge, für diese gilt:

$$\xi_{GL}(T) = \frac{\xi_{GL}^0}{\sqrt{1 - T/T_C}}$$

Damit ergibt sich für das obere kritische Feld eine lineare Temperaturabhängigkeit:

$$B_{c2}(T) = \frac{\Phi_0}{2\pi(\xi_{GL}^0)^2} \cdot \left(1 - \frac{T}{T_C}\right)$$

Und aus der Steigung  $S = dB/dT|_{T_C}$  nahe der Sprungtemperatur lässt sich die Kohärenzlänge bestimmen:

$$\xi_{GL}^0 = \sqrt{\frac{-\Phi_0}{2\pi S T_C}}$$

Aus dieser kann man wiederum die mittlere freie Weglänge bestimmen. Für Niob gilt:

$$\xi_{GL}^0 = \sqrt{39 \text{nm} \cdot l}$$

## Teil B

## Experiment

## 5 Versuchsaufbau

Der Versuch besteht im wesentlichen aus dem im folgenden Bild schematisch dargestellten Kryostat:

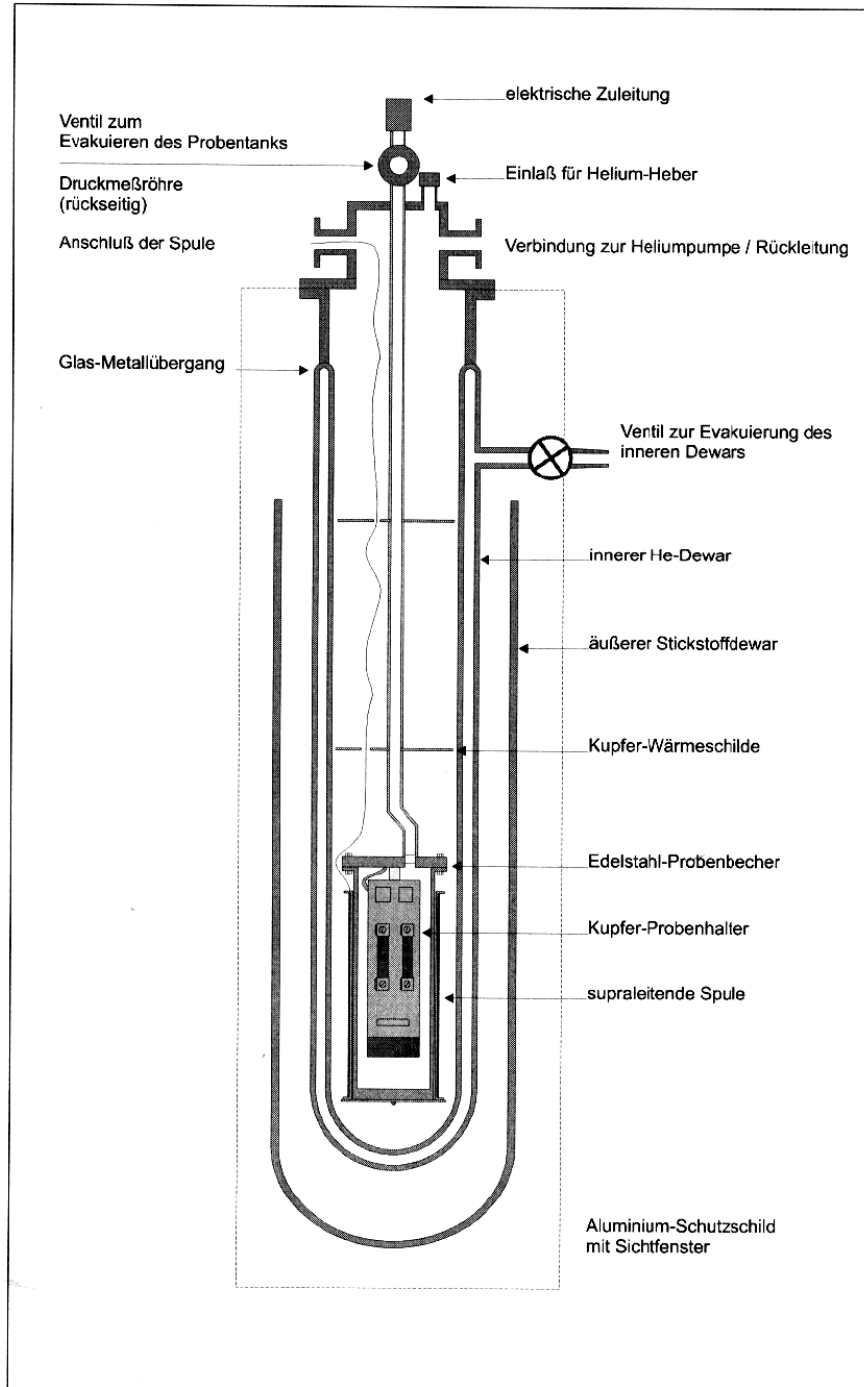


Abb. 4. Der Kryostat



Der Kryostat besteht aus einem doppelwandigen äußeren und inneren Galsdewar. Der äußere Glasdewar wird mit flüssigem Stickstoff befüllt. Auf diese Weise erreichen wir Temperaturen bis zu 80K. Um auch tiefere Temperaturen zu erreichen wird in den inneren Galsdewar flüssiges Helium gefüllt. Im inneren des Kryostaten befindet sich ein Probenbecher auf dem unsere drei Proben befestigt sind. Eine supraleitende Spule dient zur Erzeugung des Magnetfeldes um die Abhängigkeit der Sprungtemperatur von Niob vom äußeren Magnetfeld zu untersuchen.

Bei den Proben handelt es sich um eine Kupferprobe (Metall), eine Niobprobe (Supraleiter) und p-dotiertes Silizium (reiner Halbleiter).

Zur Temperaturmessung werden sowohl ein Platin- als auch ein Kohlethermometer verwendet. Bei Temperaturen über 30K kann das Platinthermometer verwendet werden, unter 30K muss das Kohlethermometer verwendet werden.

## 6 Measurements

We measured the resistances at roomtemperature, in order to check whether they matched the values given in the manual. We got:

- $R_{Cu} = 2,18\Omega$
- $R_{Nb} = 50,50\Omega$
- $R_{Si} = 0,09\Omega$
- $R_{Pt} = 107,6\Omega$

We then cooled the samples, by pouring liquid nitrogen into the kryostat. Since the cooling is a slow process, we could measure the resistances at certain temperatures in thermal equilibrium. To measure the temperature we used a platin thermometer and a carbon thermometer. We used the Platin thermometer to measure temperatures above 55K, and the Carbon thermometer below that. Since the boiling temperature of nitrogen is 77K, we had to use liquid helium to achieve lower temperatures. The helium is put in the inner dewar. After we applied the helium the temperature decreased noticeably faster, so that we weren't able to take a lot of values.

In order to determine the transition temperature of the niob, which is about 10K, we used a heater to heat the sample from somewhere below the transition temperature to above the transition temperature. While turning the heater off again, we plotted the resistance over the temperature using a x-y-plotter. We did that for different magnetic fields generated by a superconducting coil.

After that we used the heater to increase the temperature again and took resistance values while the temperature was increasing. At about 30K we started pumping the helium with a vacuum pump. At about 55K we switched back to the platin thermometer again.

## Teil C

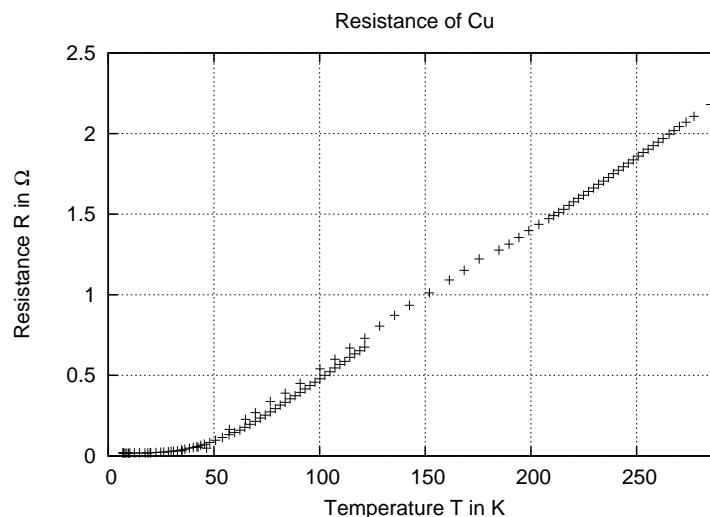
# Analysis

In the experiment we measured the resistance by sending a current of  $I = 1 \text{ mA}$  through the sample and measuring the voltage in mV. Because of  $R = \frac{U}{I}$  the value of the voltage in mV corresponds directly to the value of the resistance in  $\Omega$ .

In most experiments we noted the resistance values of the three samples (Cu, Nb and Si) while waiting for the temperature to change. This values we digitized and passed them to GNUPLOT<sup>1</sup>. The resistance values of the thermometers had to be converted by some linear (or non-linear) formulas given in the manual. We did this calculation directly in GNUPLOT with the option „using“<sup>2</sup> while plotting the data.

## 7 Resistance graph

First of all one should show the Resistance  $R$  depending on the Temperature  $T$ . For Cu we got the following result:

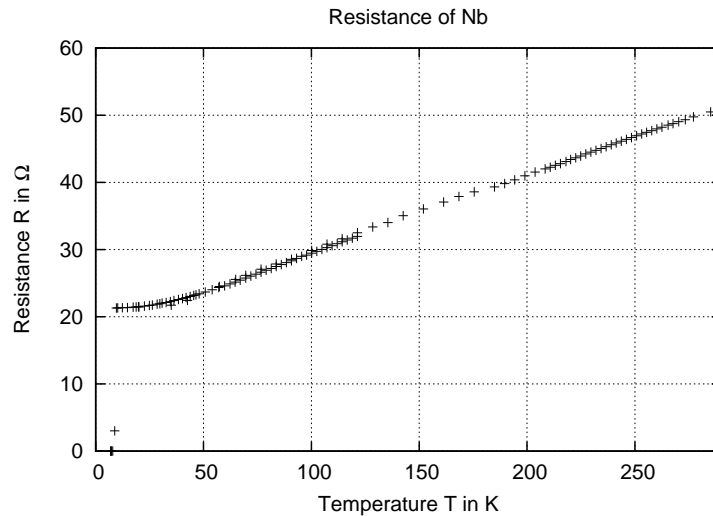


Because we first measured from high temperatures down to low and later the other direction there are some values different in the middle. Since the temperature was decreasing too fast in the first series the measured resistance is too high compared to the real resistance. The temperature wasn't spatial uniform.

If we look at Nb we get the following picture:

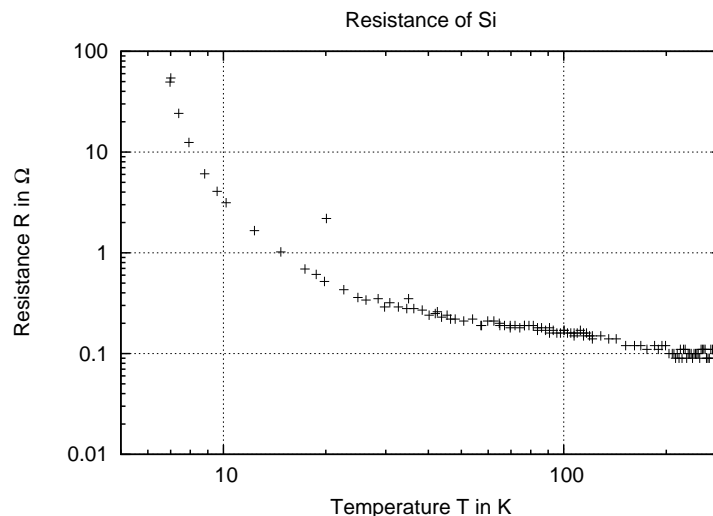
<sup>1</sup><http://www.gnuplot.info/>

<sup>2</sup><http://www.gnuplot.info/docs/node133.html>



In both (Cu and Nb) one can see the linear dependence in the high temperature domain. One can also see the constant rest resistance in Nb (if we ignore the superconducting state). In Cu the rest resistance is so small that one can hardly see it. Nevertheless it exists at about  $R = 0,018\Omega$ . At Nb one can also see the superconducting state at low temperatures where the resistance is exactly zero.

Totally different from this to metals is Si, an semiconductor:



In contrast to Cu and Nb the resistance is decreasing with increasing temperature. That's because of the finite band gap between valence band and conduction band (as described above in the preparation). Be aware that the scaling is logarithmical on both axis. The one value at about 20 K that's much higher than the others is due to the fact described at Cu. This single value was measured when we cooled down the experiment. Because this happened really fast at the end, there arose this lonely point.

## 8 Debye temperatures

We want to calculate the Debye temperature  $\Theta$  and the Debye resistance  $R_{\Theta}$  for Cu and Nb. So we simple need a linear regression for high temperature values and insert the results into

the Grüneisen-Borelius equation:

$$R_T(T) = \left(1,17 \frac{T}{\Theta} - 0,17\right) R_{\Theta}$$

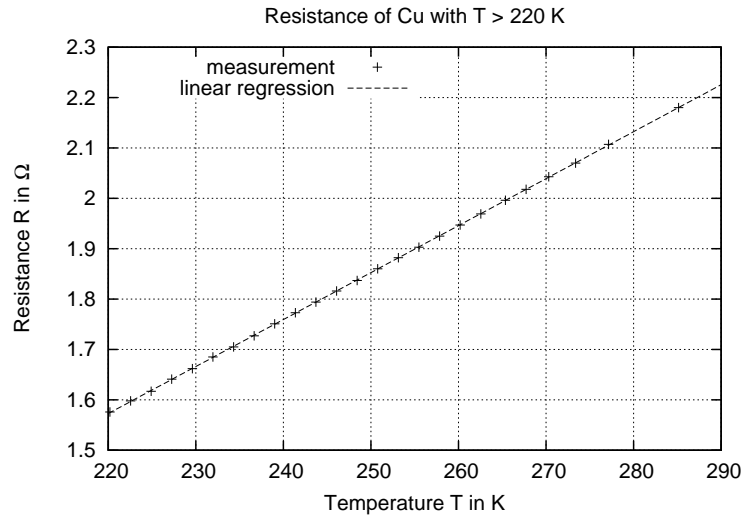
We have to be careful because  $R_T$  is the whole resistance minus the rest resistance. So the formula for high temperatures ist:

$$R(T) = \underbrace{1,17 \frac{R_{\Theta}}{\Theta}}_M T + \underbrace{(-0,17 R_{\Theta} + R_{\text{Rest}})}_Y$$

As rest resistance we took the last value we measure at low temperatures<sup>3</sup>. We simply got:

$$R_{\text{Rest,Cu}} = 0,018 \Omega \quad R_{\text{Rest;Nb}} = 21,30 \Omega$$

We used only values with  $T > 220$  K and for Cu we got for the linear regression:



$$Y_{\text{Cu}} = (-0,4781 \pm 0,002) \Omega \quad M_{\text{Cu}} = (0,00932 \pm 9,8 \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{\text{K}}$$

This statistical errors are so small, there is no sense in calculating the errors of  $\Theta$  and  $R_{\Theta}$  by error propagation using these errors because all the systematical errors in the experiment<sup>4</sup> are much larger.

According to aboves formula we can calculate:

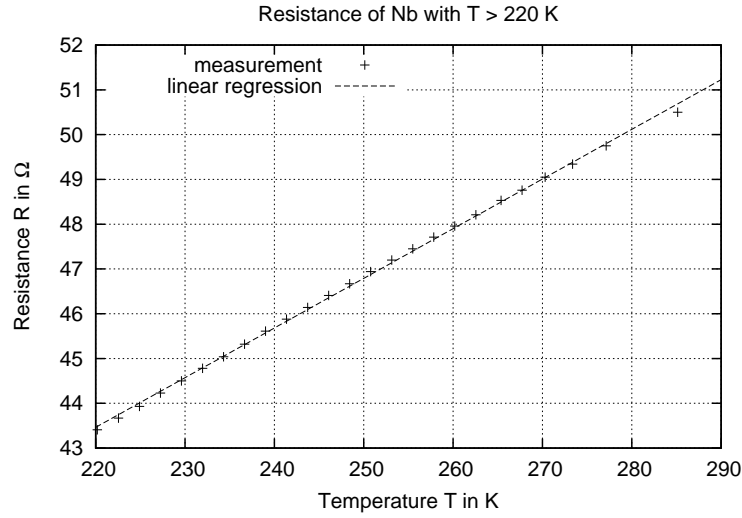
$$R_{\Theta,\text{Cu}} = \frac{R_{\text{Rest,Cu}} - Y_{\text{Cu}}}{1,17} = 2,92 \Omega$$

$$\Theta_{\text{Cu}} = 1,17 \frac{R_{\Theta,\text{Cu}}}{M_{\text{Cu}}} = 366 \text{ K}$$

If we do the same with Nb we get:

<sup>3</sup>for Nb naturally before the superconducting state

<sup>4</sup>for example the inaccuracy of the measuring instrument

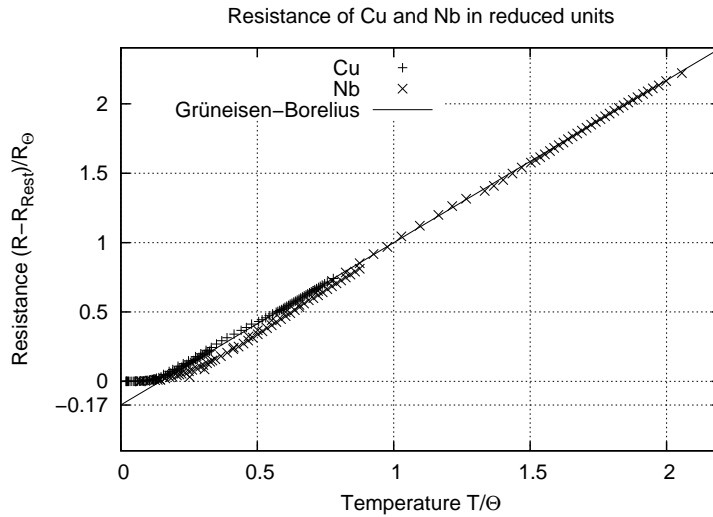


$$Y_{\text{Nb}} = (-0,4781 \pm 0,002) \Omega \quad M_{\text{Nb}} = (0,00932 \pm 9,8 \cdot 10^{-6}) \frac{\Omega}{\text{K}}$$

$$R_{\Theta, \text{Nb}} = \frac{R_{\text{Rest}, \text{Nb}} - Y_{\text{Nb}}}{1,17} = 13,1 \Omega$$

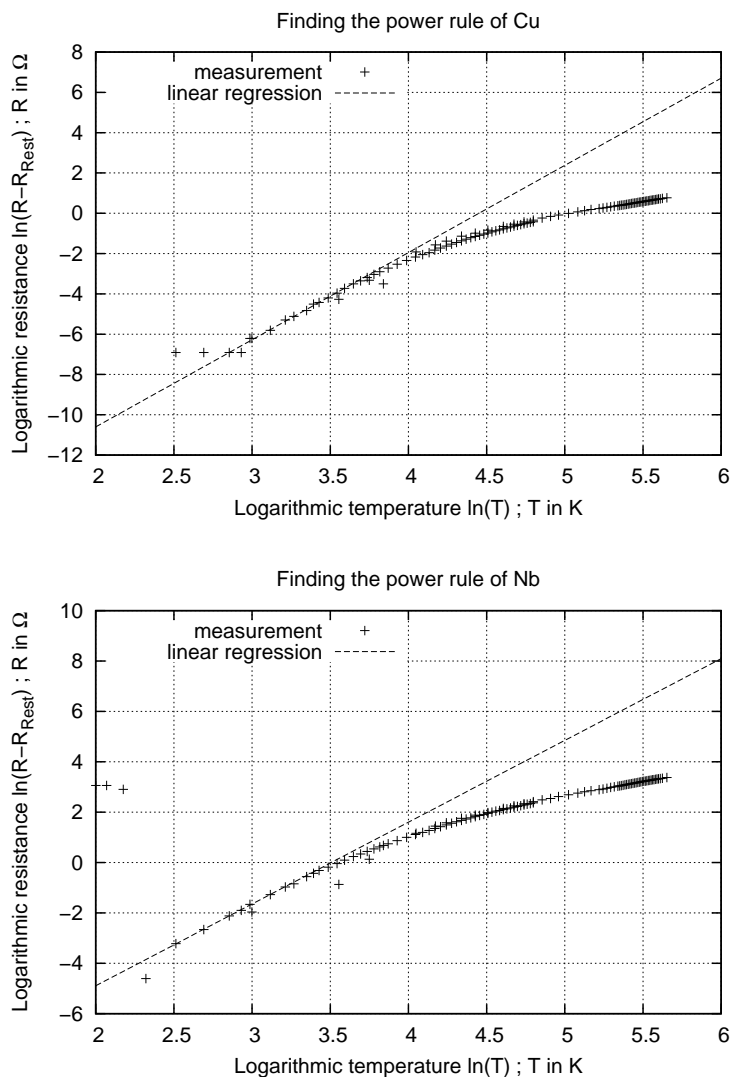
$$\Theta_{\text{Nb}} = 1,17 \frac{R_{\Theta, \text{Nb}}}{M_{\text{Nb}}} = 139 \text{ K}$$

Now we can look at a normalized picture of the resistance of Cu and Nb:



In this graph the values of  $\Theta$  and  $R_{\Theta}$  are used as natural units. One can see that both metals satisfies the „Grüneisen-Borelius“ equation at high temperatures. At low temperatures they both differ and aspire to their rest resistance  $R_{\text{Rest}}$ .

Since we were interested in the power  $p$  in the dependence  $R \propto T^p$  for small  $T$ , we did two plots  $\ln R$  versus  $\ln T$ . The slope of the graph would be  $p$ .



For the lineare regression we used only the left part of the graph because the  $T^p$  rule is only valid for small  $T$ . But we also cut some points at the left because they were obvious nonsense. I think one could best see at the picture itself which values were chosen in order to do the linear fit.

The results of the fit were:

$$p_{\text{Cu}} = 4,33 \pm 0,17 \quad p_{\text{Nb}} = 3,25 \pm 0,06$$

There is a derivation to the theoretical value  $p = 5$ , but nevertheless this is quite a great confirmation that some freedom of the phonons is frozen at low temperature.

## 9 Specific resistance

We want to calculate the specific resistance at 4,2 K for Cu and at 12 K for Nb. This essentially means that we have to take the rest resistance as derived above:

$$R_{\text{Rest,Cu}} = 0,018\Omega \quad R_{\text{Rest,Nb}} = 21,30\Omega$$

In order to calculate the specific resistance  $\sigma$  and the mean free path  $\lambda$ , one need the cross section and the length/resistance of the metals. They are given in the preparation folder as:

$$A_{\text{Cu}} = \frac{\pi}{4} \cdot (0,1 \text{ mm})^2 = 7,854 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2 = 7,854 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$$

$$\rho_{\text{Cu}; T=300\text{K}} = 0,017 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$$

First we calculated the length of the Cu sample out of the values  $T \approx 300 \text{ K}$ . The resistance at such high temperatures can be calculated by the „Grüneisen-Borelius“-equation:

$$R(T = 300 \text{ K}) = \left( 1,17 \frac{300 \text{ K}}{\Theta_{\text{Cu}}} - 0,17 \right) R_{\Theta, \text{Cu}} + R_{\text{Rest}} = 2,32 \Omega$$

Since the general formula is  $R = \frac{\rho \cdot L}{A}$  we can calculate the Length of Cu to:

$$L_{\text{Cu}} = \frac{R_{300\text{K}} \cdot A_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Cu}; T=300\text{K}}} = 1,07 \text{ m}$$

Together with the given value of  $\rho\lambda = 658,7 \cdot 10^{-18} \Omega\text{m}^2$  we can calculate the mean free path of Cu at  $T = 4,2 \text{ K}$ :

$$\lambda_{\text{Cu}} = \frac{\rho\lambda}{\rho} = \frac{\rho\lambda}{\frac{R \cdot A}{L}} = 4,99 \mu\text{m}$$

This is quite high, but quite reasonable because at such low temperature the every possible collision partner is partly „frozen“ and that’s why there are little collisions.

The dimensions and the value of  $\rho\lambda$  at 12K of Nb is given by the manual by:

$$A_{\text{Nb}} = 0,9 \text{ mm} \cdot 40 \text{ nm} = 3,6 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2 \quad L_{\text{Nb}} = 8 \text{ mm}$$

$$\rho\lambda = 375 \cdot 10^{-18} \Omega\text{m}^2$$

Here we can directly calculate the mean free path  $\lambda$  of Nb:

$$\lambda_{\text{Nb}} = \frac{\rho\lambda}{\rho} = \frac{\rho\lambda}{\frac{R \cdot A}{L}} = 3,91 \text{ nm}$$

That’s really small, expecially when one realises that some Kelvin below in the superconducting state  $\lambda$  grows to infinity. So we see that superconductivity really needs a abrupt phase transformation.

## 10 Superconductivity of Nb

In order to obtain the temperature dependency of the upper critical field  $B_{c2}$ , we applied a magnetic field using a superconducting coil. We used a x-y-plotter to plot the resistance of Niob over the temperature. Starting form about 10K we then decreased the temperature until the resistance had dropped to zero. From those plots we get the critical temperature of Niob for the differnt magnetic fields we applied. As critical temperature we always took the temperature at which the resistance had dropped to half its initial value. Since the we know the current we sent through the coil we can calculate the magnetic field according to the following formula:

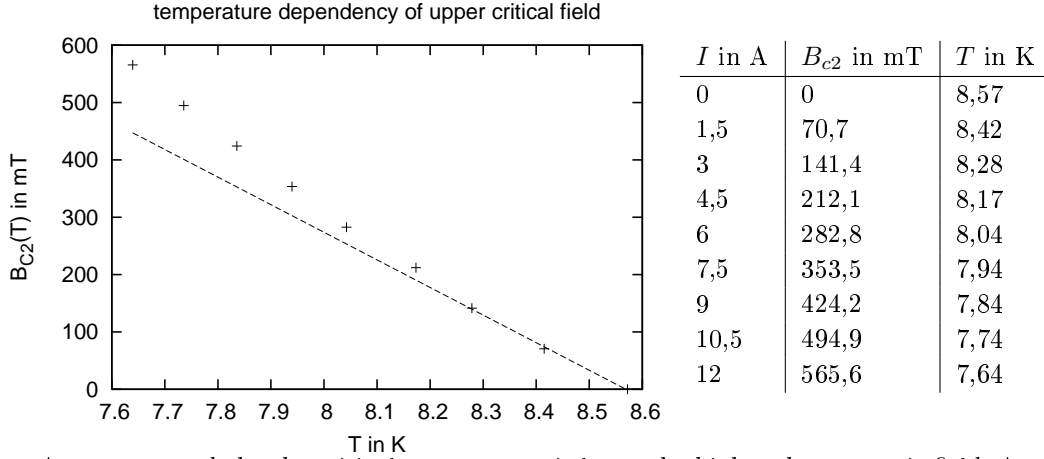
$$B = \mu_0 \frac{n}{2l} I \left( \frac{x + l/2}{\sqrt{r^2 + (x + l/2)^2}} - \frac{x - l/2}{\sqrt{r^2 + (x - l/2)^2}} \right)$$

$n = 4019$  is the number of turns.  $r = 1,925\text{cm}$  is the average radius of the single layers.  $l = 10\text{cm}$  is the length of the coil. If we assume that our sample is in the middle of our coil,

so in the homogenous field, we can set  $x = 0$ . Using this formula and the formula to calculate the temperature corresponding to the voltage measured by the thermometer, we obtain the critical Temperature and the corresponding magnetic field.

Another way to interpret our measurements is that we obtained the upper critical field as a function of temperature.

In the following table the upper critical fields in dependency of the temperature are listed. The relation is also shown in following graph.



As we expected the critical temperature is lower the higher the magnetic field. As we already explained in the preparation the magnetic field induces a current on the surface of the superconductor. The superconductivity switches to normal conductivity when the Cooper-pairs are broken which happens if the bounding energy of the Cooper-pairs is available. The applied magnetic fields provides some of the energy needed to achieve an energy equivalent to the bounding energy. Therefore a lower temperature is sufficient to break the Cooper-pairs.

In order to calculate the coherence length  $\xi_{GL}^{(0)}$ , we fitted a line to the three points closest to  $T_C = 8,57\text{K}$ . We only used those points, because we know that the coherence length can be calculated, when the slope  $S$  near  $T_C$  is known.

$$\xi_{GL}^{(0)} = \sqrt{\frac{-\phi_0}{2\pi S T_C}}$$

with  $\phi_0 = 2,07 \cdot 10^{-15}\text{Vs}$ ; using gnuplot we obtained via linear regression:  $S = (-481 \pm 19) \frac{\text{mT}}{\text{K}}$

$$\Rightarrow \xi_{GL}^{(0)} = (8,94 \pm 0,18)\text{ns}$$

To determine the statistical error of  $\xi_{GL}^{(0)}$  we used error propagation:

$$\Delta \xi_{GL}^{(0)} = \left| \frac{\partial \xi_{GL}^{(0)}}{\partial S} \right| \cdot \Delta S = \frac{1}{2} \xi_{GL}^{(0)} \cdot \frac{\Delta S}{S}$$

Now that we know the coherence length we can calculate the free path  $\lambda_{Nb}$ :

$$\lambda_{Nb} = \left( \xi_{GL}^{(0)} \right)^2 / (39\text{nm}) = (2,05 \pm 0,08)\text{nm}$$

$$\Delta \lambda_{Nb} = 2 \lambda_{Nb} \frac{\Delta \xi_{GL}^{(0)}}{\xi_{GL}^{(0)}}$$

The value differs considerably from our first value, which might be an indicator for systematic errors in one of the methods.



## 11 Activation energy of Si

Since we want to determine the activation energy  $E_a$ , we need the following relation:

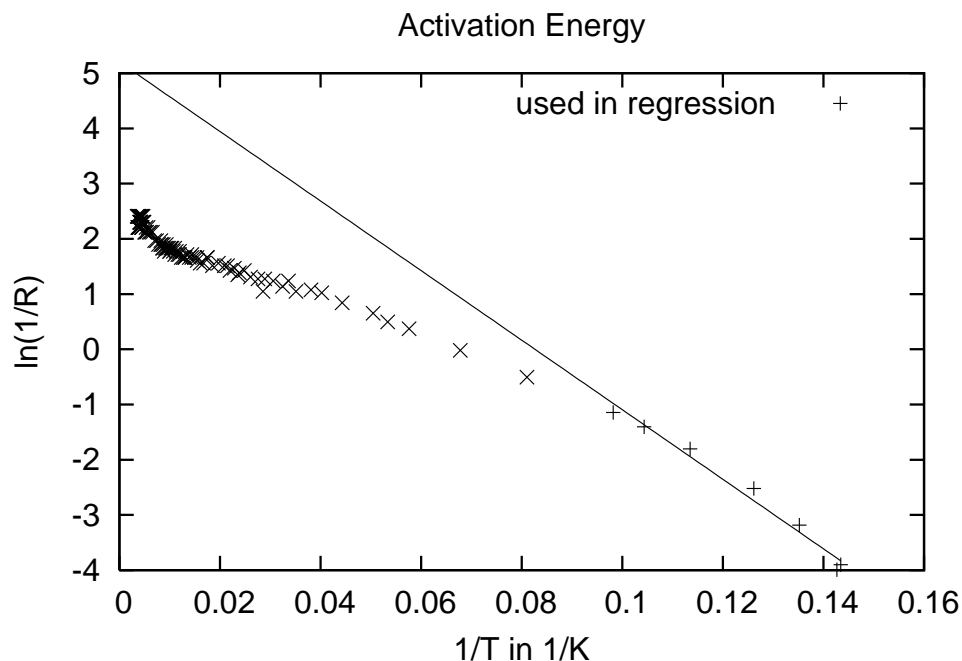
$$\sigma = C \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{2kT}\right)$$

$\sigma$  is the conductivity and can be calculated via:

$$\sigma = \frac{l}{R \cdot A}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{-E_a}{2k} \cdot \frac{1}{T} - \ln\left(\frac{l}{AC}\right)$$

So in a certain temperature intervall we should be able to make a linear fit to the graph of  $\ln(1/R)$  over  $1/T$ . With the slope  $S$  we can then calculate the activation energy. Since Si is a semiconductor we expect the linear domain to be at low temperatures. In the following plot we fitted a line to all data in the intervall  $0\text{K} < T < 10,2\text{K}$ . It can easily be seen in the graph that there is a linear relation for this intervall.



For the slope we obtain:

$$S = (-63 \pm 4)K$$

Thus we get for the activation energy:

$$E_a = -2k \cdot S; \quad \text{with } k = 8,617343 \frac{\text{eV}}{\text{K}}$$

$$\Rightarrow E_a = (10,9 \pm 0,7)\text{meV}$$

## 12 Error estimation

We did very few error estimation in the above calculation because most times it didn't make sense to use some small statistical errors of less than 1% to calculate a total error. A detailed

error calculation wasn't possible because the manual did not define any errors for most values. For example<sup>5</sup>, the diameter of Cu was given by  $d = 0,1$  mm. If we use (as learned) an error of one scale division, we had to use  $d = 0,1 \pm 0,1$  mm, which means an error of 100%.

### 12.1 Some serious error estimation

Let's assume all measuring instruments delivered an error of about 1%. We should also assume an error because the temperature balance in the experiment wasn't that good. Let's say something about 5%. If we want to do a very rough estimation for the maximal error we could do the following: to the error of the resistance measurement both the error of the current measurement (1%) and the error of the voltage measurement (1%) contribute. Let's say 2% in total. For every resistance value we also need a temperature value that we obtain by measuring another resistance. So we get another 2%. So in total, one could estimate a systematical error of about 10%.

---

<sup>5</sup>it's really an extreme example