

Protokoll: Paritätsverletzung

Versuchstag: 12.01.2009

Kathrin Ender, Michael Walz

Gruppe 101

Inhaltsverzeichnis

A Grundlagen	3
1 Ziel des Versuches	3
2 β -Zerfall	3
3 Parität	4
4 Polarisation	4
5 Messprinzip	5
6 Eichung	6
7 Helizitätsübertrag	7
B Experiment	8
8 Aufbau	8
9 Messung	8
C Auswertung	9
10 Zur Fehlerrechnung	9
11 Berechnung der Asymmetrie E	9
11.1 Auswertung über Summation	9
11.2 Auswertung über Mittelung der Einzelmessung	10
12 Berechnung der Helizität	10
12.1 aus der Asymmetrie E aus 11.1	10
12.2 aus Asymmetrie E aus 11.2	11
13 Ergebnis	11

Teil A

Grundlagen

1 Ziel des Versuches

In diesem Versuch soll die Paritätsverletzung beim β^- -Zerfall nachgewiesen werden. Der Nachweis erfolgt über den Pseudoskalar Helizität. Auf die Helizität kann durch die Messung der zirkularen Polarisation der Bremsstrahlung, die entsteht wenn die Elektronen des β^- -Zerfalls auf eine Bleischicht treffen, rückgeschlossen werden.

2 β -Zerfall

Unter β -Zerfall fasst man alle Kernzerfälle zusammen, bei denen die Nukleonenzahl im Kern konstant bleibt, während sich die Kernladungszahl um eins ändert. Beim β -Zerfall gilt Ladungserhaltung sowie Baryonen- und Leptonenerhaltung. Der β -Zerfall kann allgemein geschrieben werden als:

$$n + \nu_e \rightleftharpoons p + e^-$$

Es gibt drei Arten des β -Zerfalls.

- **β^- -Zerfall**

Beim β^- -Zerfall zerfällt ein Neutron des Kerns in ein Proton. Dabei werden ein Elektron und ein Antineutrino ausgesendet. Die Kernladungszahl wird also um eins erhöht.

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

- **β^+ -Zerfall**

Beim β^+ -Zerfall zerfällt ein Proton des Kerns unter Emission eines Neutrinos in ein Positron und ein Neutron.

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

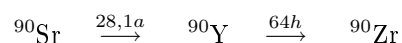
Die Kernladungszahl erniedrigt sich also um eins.

- **Elektroneneinfang**

Beim Elektroneneinfang fängt der Kern ein Elektron aus der Hülle ein. Die Kernladungszahl wird dadurch um eins erniedrigt und ein Neutrino wird ausgesandt.

$$e^- + p \rightarrow n + \nu_e$$

Im Versuch wird der β^- -Zerfall von $^{90}\text{Sr} + ^{90}\text{Y}$ betrachtet.



Genauer genommen wird sogar nur der Zerfall von ^{90}Y zu ^{90}Zr betrachtet, da nur γ -Quanten mit einer Energie größer als 1MeV gezählt werden. Die Elektronen die beim ersten Zerfall entstehen haben aber eine zu geringe Energie um Photonen über 1MeV zu erzeugen, wenn sie im Blei abgebremst werden.

3 Parität

Die Paritätsoperation P ist die Inversion der Raumkoordinaten.

$$P|\vec{r}\rangle = |-\vec{r}\rangle$$

Da $P^2 = 1$ gilt, folgt $P^{-1} = P$. Für die Eigenwerte π_a gilt $\pi_a = \pm 1$.

$$P|a\rangle = \pi_a|a\rangle$$

Bei $\pi_a = 1$ spricht man von gerader Parität, bei $\pi_a = -1$ von ungerader Parität.

Betrachtet man den Erwartungswert des Ortsoperators unter Paritätstransformation in einem Eigenzustand, so gilt:

$$\langle P\vec{R}P\rangle = \langle \vec{r}|P\vec{R}P|\vec{r}\rangle = \langle \vec{r}|P\vec{R}|-\vec{r}\rangle = -\vec{r}\langle \vec{r}|P|-\vec{r}\rangle = -\vec{r}\langle \vec{r}|\vec{r}\rangle = \langle -\vec{R}\rangle$$

Ebenso folgt für den Impuls \vec{P} , den Spin \vec{S} und den Drehimpuls \vec{L} :

$$P\vec{P}P = -\vec{P} \quad P\vec{S}P = +\vec{S} \quad P\vec{L}P = +\vec{L}$$

Der Impuls und der Ort werden also durch Vektoren (auch polare Vektoren genannt), der Spin und der Drehimpuls durch Pseudovektoren (auch axiale Vektoren genannt) beschrieben.

Geht man von der Paritätserhaltung aus, so müssen die obigen Operatoridentitäten in allen Fällen gelten. Für die Helizität H gilt dann:

$$H = \frac{\vec{S} \cdot \vec{P}}{|\vec{S}| \cdot |\vec{P}|} \quad \text{Die Helizität beschreibt also, wie stark der Spin in Impulsrichtung ausgerichtet ist.}$$

$$PHP = \frac{P\vec{S}P \cdot P\vec{P}P}{|\vec{S}| \cdot |\vec{P}|} = \frac{+\vec{S} \cdot -\vec{P}}{|\vec{S}| \cdot |\vec{P}|} = -H$$

Die Helizität ist also ein s.g. Pseudoskalar, der unter Rauminversion sein Vorzeichen ändert. In einer paritätserhaltenden Theorie gilt dann:

$$\langle H\rangle = \langle PHP\rangle = \langle -H\rangle \Rightarrow \langle H\rangle = 0$$

Die Helizität muss also in allen Fällen gleich null sein. Im Versuch soll dagegen ein endlicher Wert gemessen werden und damit die Paritätsverletzung beim β -Zerfall bestätigt werden.

4 Polarisation

In der Quantenmechanik ist die Polarisation eines Teilchens bezüglich einer Achse durch das Verhältnis des Erwartungswertes in dieser Richtung und des Betrag des Spins definiert.

$$P = \frac{\langle S_z\rangle}{S}$$

Elektronen mit $S = 1/2$ können sich in der Überlagerung der beiden Basiszustände $|+\rangle$ (Spin parallel zur ausgezeichneten Achse) und $|-\rangle$ (Spin antiparallel zur ausgezeichneten Achse) befinden:

$$|\Psi\rangle = a_+|+\rangle + a_-|-\rangle \quad \text{mit} \quad a_+^2 + a_-^2 = 1$$

Dabei werden $a_{+,-}$ als reell angenommen. Damit erhält man für die Polarisation von einem einzelnen Elektron:

$$P = \frac{\frac{1}{2} \cdot \langle \Psi|\sigma_z|\Psi\rangle}{\frac{1}{2}} = a_+^2 - a_-^2$$

Die Polarisation eines Elektrons kann also Werte zwischen -1 und 1 annehmen. Wobei $P = -1$ ($a_+ = 0$) bedeutet, dass der Spin antiparallel steht und $P = 1$ ($a_- = 0$) dass er parallel steht.

Betrachtet man nun eine Gesamtheit von Teilchen anstatt nur ein einzelnes, so kann die Polarisation der Gesamtheit berechnet werden, indem man die Wahrscheinlichkeiten für die reinen Zustände verwendet. p_+ ist die Wahrscheinlichkeit ein Elektron im Zustand $|+\rangle$ zu finden. p_- ist die Wahrscheinlichkeit ein Elektron im Zustand $|-\rangle$ zu finden. Die Wahrscheinlichkeiten erhält man durch Messung der relativen Anzahl der Teilchen in den jeweiligen Zuständen. So erhält man für die Polarisation:

$$P = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}$$

Diese Überlegungen gelten jedoch nur im nichtrelativistischen Bereich. Um über die Polarisation von Photonen eine Aussage machen zu können muss die relativistische Theorie herangezogen werden. Da sich das Photon mit Lichtgeschwindigkeit bewegt kann es nicht wie klassisch für ein Teilchen mit $S=1$ erwartet, drei Spineinstellungen haben, sondern nur zwei. Die möglichen Spineinstellungen sind parallel und antiparallel zur Ausbreitungsrichtung. Bei Einstellung parallel zum Impuls spricht man rechtszirkularer Polarisation und bei antiparalleler Einstellung von linkszirkularer Polarisation. Die Polarisation der Gesamtheit von Photonen ist damit:

$$P_C = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}$$

N_+ ist die Anzahl der rechtszirkular polarisierten Photonen. N_- ist die Anzahl der linkszirkular polarisierten Photonen.

5 Messprinzip

Da die longitudinale Polarisation (entspricht der Helizität) der Elektronen, die beim β^- -Zerfall entstehen nicht direkt gemessen werden kann, bestimmen wir sie indirekt aus der zirkulären Polarisation der Bremsquanten, die entstehen wenn die Elektronen auf eine Bleischicht treffen. Der Helizitätsübertrag auf die Bremsquanten hängt stark von der Energie der Photonen ab, aber nur schwach von der der Elektronen. Der Helizitätsübertrag L kann aus einem Diagramm im „blauen Buch“ abgelesen werden.

$$H = \frac{P_C}{L}$$

Die zirkulare Polarisation der γ -Quanten wird durch Comptonstreuung an Eisen bestimmt. Dies ist möglich, da der Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung polarisationsabhängig ist. Es gilt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \tilde{C} \cdot (\Phi_0 + f \cdot P_C \cdot \Phi_C)$$

\tilde{C} ist eine Konstante, die sich aus Impuls k_0 des einfallenden Photons und dem Impuls k des gestreuten Photons sowie dem Elektronenradius berechnen lässt. f ist der Polarisationsgrad der Elektronen im Eisen ($f = 2/26$, da durch ein Magnetfeld 2 der 26 Elektronen ausgerichtet werden).

$$\Phi_0 = 1 + \cos^2 \theta + (k_0 - k) \cdot (1 - \cos \theta)$$

$$\Phi_C = -(1 - \cos \theta) \cdot [(k_0 + k) \cos \theta \cos \psi + k \sin \theta \sin \psi \cos \phi]$$

θ ist der Streuwinkel. ψ ist der Winkel zwischen \vec{k}_0 und dem Elektronenspin \vec{S} . ϕ ist der Winkel zwischen der (\vec{k}_0, \vec{S}) -Ebene und der (\vec{k}_0, \vec{k}) -Ebene.

Φ_C ändert das Vorzeichen, wenn der Elektronenspin der Eisenelektronen umklappt.

$$\Phi_C(\psi) = -\Phi_C(\psi + \pi)$$

Dies erreicht man im Versuch durch ein Umpolen des Magnetfeldes. N_+ und N_- seien die Anzahl der gestreuten Photonen, wenn der Elektronenspin ungefähr parallel bzw. antiparallel zum einfallenden Photon steht. Die Anzahl der gestreuten Photonen ist proportional zum Wirkungsquerschnitt.

$$N_{\pm} \propto (\Phi_0 + f \cdot P_C \cdot \Phi_C^{\pm}) \quad \text{wobei} \quad \Phi_C^{\pm} = \Phi_C(\psi) = -\Phi_C(\psi + \pi) = -\Phi_C^{-} \quad \text{mit} \quad 0 < \psi < \frac{\pi}{2}$$

Aus den Zählraten kann die sogenannte Asymmetrie E berechnet werden. Aus dieser kann wiederum die zirkulare Polarisation der Bremsstrahlung berechnet werden.

$$E = \frac{N_- - N_+}{N_- + N_+} = \frac{f \cdot P_C \cdot (\Phi_C^{-} - \Phi_C^{+})}{f \cdot P_C \cdot (\Phi_C^{+} + \Phi_C^{-}) + 2\Phi_0} = f \cdot P_C \cdot \frac{\Phi_C^{-}}{\Phi_0}$$

Um eine die Paritätsverletzung möglichst sicher bestätigen zu können, sollte für die Asymmetrie ein möglichst großer Wert gemessen werden. Da die Asymmetrie von der Photonenenergie abhängt, werden nur Photonen ab einer Energie von 1MeV beachtet. Außerdem wird die Asymmetrie am größten für einen Streuwinkel von etwa $\theta = 60^\circ$.

Es ergibt sich damit:

$$\frac{\Phi_C^{-}}{\Phi_0} = 0,52 \pm 0,05 \quad \text{bei} \quad \theta = 60^\circ$$

6 Eichung

Da nur die γ -Quanten der Bremsstrahlung mit einer Energie größer als 1MeV gezählt werden sollen, muss zunächst der Einkanaldiskriminator geeicht werden. Beim Eichen ist zu beachten, dass die γ -Quanten bei der Comptonstreuung Energie abgeben. Nach der Comptonstreuung um $\theta = 60^\circ$ hat ein Photon mit $E = 1\text{MeV}$ Ausgangsenergie die Energie E' .

$$E' = \frac{E}{\frac{E}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta) + 1} = \frac{E_0 E}{0,5 \cdot E + E_0} \approx 505\text{keV}$$

$E_0 = 511\text{keV}$ ist die Ruheenergie des Elektrons.

Der Diskriminator muss also so geeicht werden, dass nur Photonen mit einer Energie, größer als 505keV registriert werden. Zum Eichen bietet sich eine ^{22}Na -Präparat an, da in dessen Spektrum bei 511keV ein charakteristischer Photopeak ist.

7 Helizitätsübertrag

Die Helizität der Elektronen kann nicht direkt gemessen werden, sondern nur in Form der zirkularen Polarisation der Bremsquanten. Dabei führt eine negative Helizität der Elektronen auch zu einer negativen (links-)zirkularen Polarisation der Bremsquanten. Der Übertrag der Helizität der Elektronen auf die Bremsquanten erfolgt aber nicht vollständig, sondern nur teilweise. In Formeln kann dies als $P_C = L \cdot H$ geschrieben werden. Der Übertrag ist umso größer, je größer der Anteil der Energie ist, den das Bremsquant hinfert trägt. Die Übertragung hängt kaum von der Elektronenenergie ab. In nebenstehendem Schaubild kann die Übertragungsfaktor L abgelesen werden.

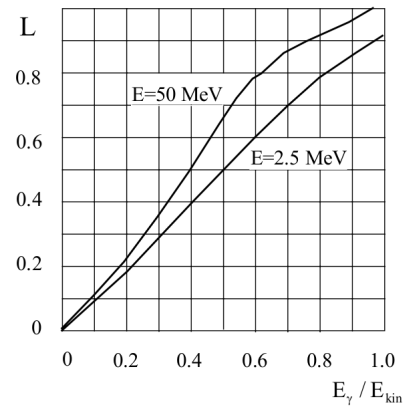


Fig.7-20. Helizitätsübertrag als Funktion der Photonenergie

Aus „Einführung in das Kernphysikalische Praktikum“ von F.K. Schmidt

Im β^- -Zerfall von ^{90}Y werden 2,27 MeV für die Erzeugung des Elektrons, des Antineutrinos und deren kinetische Energie frei. Die maximale kinetische des Elektrons ist damit

$$E_{\text{kin}}^{\text{max}} = 2,27 \text{ MeV} - \underbrace{m_e c^2}_{0,511 \text{ MeV}} - \underbrace{m_{\bar{\nu}} c^2}_{\approx 0} = 1,759 \text{ MeV}$$

Wie in Abschnitt 6 beschrieben, haben die im Versuch gemessenen Photonen eine Mindestenergie $E_\gamma^{\text{min}} = 1 \text{ MeV}$. Damit lässt sich $E_\gamma / E_{\text{kin}}$ abschätzen.

$$1 \geq \frac{E_\gamma}{E_{\text{kin}}} \geq \frac{E_\gamma^{\text{min}}}{E_{\text{kin}}^{\text{max}}} = 0,568$$

Über das obige Schaubild lässt sich eine Abschätzung für den Übertragungsfaktor L finden.

$$1 \geq L \geq 0,56$$

Da die Energie der Elektronen zwischen 1 MeV und 1,759 MeV liegt, wurde zur Abschätzung die Kurve mit $E = 2,5 \text{ MeV}$ verwendet. Über eine Größfehlerabschätzung lässt sich der systematische Fehler bestimmen und damit über die Mittelwertbildung einen Wert für L erhalten.

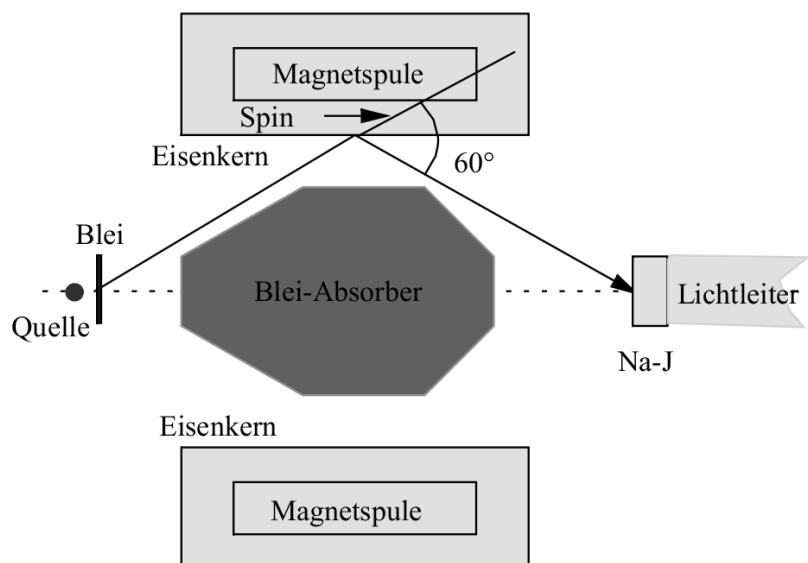
$$L = 0,78 \pm 0,22$$

Teil B

Experiment

8 Aufbau

Die folgende Skizze zeigt einen Längsschnitt des Versuchsaufbaus. Als Quelle wird eine Strontium-Quelle ($^{90}\text{Sr} + ^{90}\text{Y}$) verwendet, welche durch β^- -Zerfall erst in ^{90}Y und dann in ^{90}Zr zerfällt.



Aus „Einführung in das Kernphysikalische Praktikum“ von F.K. Schmidt, Fig. 7-23

Die in der Quelle erzeugten Elektronen werden in der Bleischicht abgebremst und erzeugen dort Bremsquanten. Auf diese Bremsquanten wird ein (von der Energie abhängiger) Anteil der Helizität der Elektronen übertragen (vgl. Abschnitt 7).

Durch den Bleiabsorber wird sichergestellt, dass die Photonen, die den Lichtleiter erreichen, am Eisenkern unter ca. 60° gestreut wurden. Der Spin der äußeren beiden Valenzelektronen des Eisenkerns wird durch ein Magnetfeld parallel oder antiparallel zur Quelle-Lichtleiter-Achse ausgerichtet. Je nach Einstellung werden die Photonen mit bestimmter zirkularer Polarisation bevorzugt gestreut. Gemessen wird einfach die Anzahl der Ereignisse im Na-I-Detektor.

Der lange Lichtleiter ist notwendig, da der zur Messung der Photonen notwendige Photomultiplier außerhalb des Einflusses des Magnetfeldes stehen soll.

9 Messung

Zunächst eichten wir den Einkanaldiskriminator, so dass der Photopeak im Na-22 Spektrum gerade noch zu erkennen war. Dann nahmen wir unsere Messwertepaare auf, wobei wir immer das Magnetfeld umpolten, um die Paare für verschiedenen Magnetfeldeinstellungen zu bekommen. Wir nahmen 40 Messwerte (also 10 mehr als gefordert) auf, da uns eine starke Schwankung der Messwerte auffiel. Beim Auswerten stellte sich jedoch heraus, dass trotz dieser Schwankung, die durch den statistischen Zerfall bedingt ist, ein gutes Ergebnis erhalten werden kann.

Teil C

Auswertung

In der Auswertung bieten sich zwei Vorgehensweisen an, um die Asymmetrie E zu berechnen. Aus beiden Werten kann dann auf die Helizität geschlossen werden.

10 Zur Fehlerrechnung

Alle Messwerte befinden sich im handgeschrieben angehängten Versuchsprotokoll. Diese Werte wurden am Computer abgetippt und innerhalb einer Tabellenkalkulation ausgewertet.

Für die Fehlerfortpflanzung von statistischen Fehlern wird im Allgemeinen das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz (Formel 4 im Fehlerrechnungsskript¹) benutzt. Für systematische Fehler muss, da die statistische Unabhängigkeit dieser Messabweichungen nicht gegeben ist, eine Größtfehlerabschätzung nach Formel 5 vorgenommen werden.

Im Allgemeinen werden wir Messwerte in der folgenden Form angeben:

$$\text{Messwert} = (\text{Bestwert} \pm \text{statistischer Fehler} \pm \text{systematischer Fehler}) \text{ Maßeinheit}$$

Sollte eine Messgröße nur mit einem Fehler behaftet sein (wie z.B. die einmalige Messung einer Länge mit einem Meterstab), sodass sich aus dem Kontext ergibt, ob es ein systematischer oder statistischer Fehler ist, so wird dieser Fehler einfach dem Messwert mit \pm angehängt.

11 Berechnung der Asymmetrie E

11.1 Auswertung über Summation

Es werden alle zur gleichen Magnetfeldeinstellungen gehörenden Zählwerte addiert.

$$\hat{N}^+ = \sum N^+ = 75251 \quad \hat{N}^- = \sum N^- = 80590$$

Da es sich um eine Poissonverteilung handelt, ergibt sich der statistische Fehler als Wurzel der Summe:

$$\sigma_{\hat{N}^+} = \sqrt{\hat{N}^+} = 274 \quad \sigma_{\hat{N}^-} = \sqrt{\hat{N}^-} = 284$$

Damit ergibt sich die Asymmetrie E zu:

$$E = \frac{\hat{N}^- - \hat{N}^+}{\hat{N}^- + \hat{N}^+} = 0,0343$$

Ihr statistischer Fehler ergibt sich über das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz zu:

$$\begin{aligned} \sigma_E &= \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial \hat{N}^-} \cdot \sigma_{\hat{N}^-}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial \hat{N}^+} \cdot \sigma_{\hat{N}^+}\right)^2} \\ &= 2 \cdot \frac{\sqrt{(\hat{N}^+ \sigma_{\hat{N}^-})^2 + (\hat{N}^- \sigma_{\hat{N}^+})^2}}{(\hat{N}^- + \hat{N}^+)^2} = 0,0025 \end{aligned}$$

¹<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~simonis/praktikum/allgemeines/script-Fehleranalyse.pdf>

11.2 Auswertung über Mittelung der Einzelmessung

Alternativ wird zu jeder der i Messungen ein Wert für die Asymmetrie berechnet:

$$E_i = \frac{N_i^- - N_i^+}{N_i^- + N_i^+}$$

Dies ergibt die folgenden 40 Werte:

0,064	0,140	-0,166	0,037	0,020	0,059	0,014	0,111	-0,045	0,061
0,058	0,044	0,040	0,123	0,032	-0,015	-0,009	0,052	0,070	0,043
0,049	0,069	-0,134	0,027	0,025	0,024	-0,042	0,045	0,032	-0,029
0,021	0,043	0,035	0,076	0,122	0,189	0,049	0,049	-0,027	0,024

Anschließend wird der Mittelwert und dessen statistischer Fehler berechnet:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i = 0,0345$$

$$\sigma_E = \frac{1}{\sqrt{N \cdot (N-1)}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^N (E_i - E)^2} = 0,0101$$

12 Berechnung der Helizität

Zuerst wird die Berechnung exemplarisch für den Wert der Asymmetrie aus 11.1 berechnet. Anschließend wird die gleiche Rechnung für den Wert aus 11.2 durchgeführt.

12.1 aus der Asymmetrie E aus 11.1

Zuerst berechnen wir die zirkulare Polarisation P_C der Bremsquanten über:

$$P_C = \frac{E}{f \frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}} = 0,856 \quad \left(f = \frac{2}{26} \quad \frac{\Phi_C^-}{\Phi_0} = 0,52 \right)$$

Die Fehler erhalten wir über die Gaußsche Fehlerfortplattung bzw. eine Größfehlerabschätzung. Da jeweils nur eine Größe fehlerbehaftet ist, bleibt der relative Fehler einfach erhalten. Für den statistische Fehler erhält man also:

$$\sigma_{P_C} = \frac{P_C}{E} \cdot \sigma_E = 0,063$$

Für systematischen Fehler aus $\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}$ erhält man:

$$\Delta_{P_C} = \frac{P_C}{\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}} \cdot \Delta_{\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}} = 0,082 \quad \left(\Delta_{\frac{\Phi_C^-}{\Phi_0}} = 0,05 \right)$$

Auf die Helizität kann über den Helizitätsübertrag gemäß Abschnitt 7 geschlossen werden.

$$H = \frac{P_C}{L} = 0,106 \quad (L = 0,78 \pm 0,22)$$

Für den statistischen Fehler gilt:

$$\sigma_H = \frac{H}{P_C} \cdot \sigma_{P_C} = 0,008$$

Für den systematischen Fehler muss eine Größfehlerabschätzung getroffen werden.

$$\Delta_H = H \cdot \left(\frac{\Delta_{P_C}}{P_C} + \frac{\Delta_L}{L} \right) = 0,040$$

Insgesamt ergibt sich also für die Helizität:

$$H = 0,106 \pm 0,008 \pm 0,040$$

12.2 aus Asymmetrie E aus 11.2

Ebenso berechnet man die Werte aus dem anderen Asymmetriewert und erhält:

$$P_C = 0,863 \pm 0,252 \pm 0,083 \quad H = 0,106 \pm 0,031 \pm 0,040$$

13 Ergebnis

Das Ergebnis ist recht eindeutig. Für beide Auswertungsmethoden liegt der Wert für die Helizität inklusive der relativ großzügig gewählten Fehlergrenzen bei einem endlichen Wert ungleich null. Damit wurde die Paritätsverletzung beim β^- -Zerfall eindeutig bestätigt.