Versuchsvorbereitung P2-13: Interferenz

Michael Walz, Kathrin Ender
Gruppe 10

26. Mai 2008

Inhaltsverzeichnis

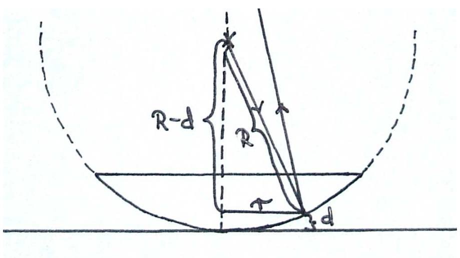
1 Newton'sche Ringe

Die Newtonsche Ringe sind ein Interferenzbild, das entsteht wenn eine spährische Bikonvexlinse auf einen Objektträger gelegt wird und mit parallelem Licht bestrahlt wird. In unserem Versuch verwenden wir eine Natriumdampflampe. Das Licht wird an der Unterseite der Linse und am Objektträger reflektiert. Durch den so entstehenden Gangunterschied $2d + \lambda/2$ entsteht konstruktive bzw. destruktive Interferenz. d ist dabei der Abstand von der Objektträgeroberfläche zur Linsenunterseite. d variiert also mit dem Abstand vom Linsenmittelpunkt, so dass die Interferenzerscheinungen kreisförmig um den Linsenmittelpunkt angeordnet sind. $\lambda/2$ ist der durch den Phasensprung bei Reflektion am dichteren Medium auftretende Gangunterschied. Ist der gesamte Gangunterschied gleich einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge, so kommt es zu konstruktiver, bei einem halbzahligen Vielfachen zu destruktiver Interferenz.

Die mehrfach reflektierten Strahlen, also die die zwischen Objektträger und Linsenunterseite hin und her reflektiert werden bevor sie wieder austreten, können vernachlässigt werden, da ihre Intensität verhältnismäßig gering ist. Es wird vermutlich immer viel mehr Licht transmittiert als reflektiert. Daher dürfte auch eine Durchlichtbeobachtung nicht sinnvoll sein. Die Intensität des transmittierten Lichtes wäre so hoch, dass das gesamte Intereferenzmuster überdecht würde.

1.1 Bestimmung des Krümmungsradius R

Durch Ausmessen der Newtonschen Ringe, also in welchem Abstand r_k von Linsenmittelpunkt z.B. der k-te dunkle Ringe auftritt, kann der Krümmungsradius R der Linse bestimmt werden.



Es gilt die Beziehung:

$$(R-d)^2 + r_k^2 = R^2$$

Für $d \ll 1$ gilt ungefähr:

$$r_k^2 = 2Rd$$

Für die dunklen Ringe gilt:

$$2d \cdot n_L + \frac{\lambda}{2} = \frac{2k+1}{2} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\frac{k \cdot \lambda}{n_L} = \frac{r_k^2}{R}$$

Die Brechzahl von Luft ist ungefähr $n_L \approx 1$. Die mittlere Wellenlänge der Natriumdampflampe ist bekannt $\lambda_\mu = 589{,}3nm$. Es handelt sich nur um eine mittlere Wellenlänge, da das Spektrum von Natrium aus einer Doppellinie besteht. Die beiden Wellenlängen liegen jedoch nahe zusammen.

Trägt man also $k \cdot \lambda$ über r_k^2 auf, so kann aus der Steigung, die man aus einer linearen Regression erhält, der Krümmungsradius R der Linse berechnet werden.

1.2 Brechungsindex von Wasser

Befindet sich zwischen Objektträger und Linse nun Wasser anstatt Luft, so ist der optische Wegunterschied $2d \cdot n_w$. Durch Division der Formeln für destruktive Intereferenz mit Luft und mit Wasser erhält man:

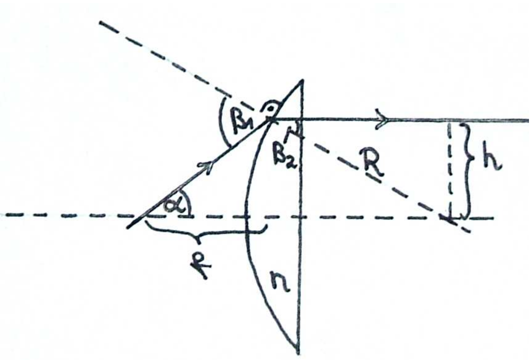
$$\frac{n_W}{n_L} = \frac{r_{k,L}^2}{r_{k,W}^2}$$

Trägt man also $r_{k,L}^2$ über $r_{k,W}^2$ auf, so entspricht n_W der Steigung der Regressionsgeraden. Alternativ kann auch $k \cdot \lambda$ über $r_{k,W}^2$ aufgetragen werden. Da R aus 1.1 bekannt ist, kann aus der Steigung die Brechzahl berechnet werden.

1.3 Bestimmung der Brennweite durch Autokollimation

Es soll die Brennweite f einer Linse durch Autokollimation bestimmt werden. Dazu verwendet man einen selbstleuchtenden Gegenstand und einen Spiegel. Der Gegenstand steht auf der einen Linsenseite der Spiegel auf der anderen. Der Abstand Spiegel-Linse ist fest. Der Abstand Gegenstand-Linse hingegen wird so eingestellt, dass das der Gegenstand auf sich selbst abgebildet wird. Das heißt, dass scharfe Bild entsteht in derselben Ebene und ist gleich groß, allerdings steht es auf dem Kopf. Der Abstand Gegenstand-Linse entspricht in dieser Einstellung der Brennweite.

1.4 Brechungsindex n des Linsenglases



Aus dem Krümmungsradius der Linse und ihrer Brennweite kann der Brechungsindex de Linsenglases berechnet werden. Aus dem Strahlengang ergeben sich für eine dünne plankonvexe Linse folgende Beziehungen:

$$\tan\alpha = \frac{h}{f} \qquad \sin\beta_2 = \frac{h}{R} \qquad \beta_1 = \alpha + \beta_2$$

Mit dem Brechungsgesetz $\sin\beta_1 = n \cdot \sin\beta_2$ und den kleine Winkelnäherungen (achsennahe Strahlen) erhält man:

$$\frac{h}{f} + \frac{h}{R} = n \cdot \frac{h}{R} \quad \Rightarrow \quad R = (n-1) \cdot f$$

Der im Vergleich zum Aufgabenblatt fehlende Faktor 2 kommt daher, dass wir im Versuch eine bikonvexe Linse verwenden:

$$R = 2(n-1) \cdot f$$

2 Beugung am Gitter

Beim diesem Versuchsteil wird ein Spektrometer benutzt, das nahezu identisch mit dem Spektrometer beim bereits absolvierten Versuch „P2-12 Dispersion und Absorption“ ist. Daher werden wir auf die Feinheiten des Spektrometers hier nicht erneut eingehen.

In Kürze: Das Licht fällt durch den Kollimator. Dieser besteht aus einem Rohr, an dessen Eingang ein Spalt und an dessen Ausgang eine Sammellinse sitzt, deren einer Brennpunkt genau im Spalt liegt. Das Licht fällt auf den Spalt und verlässt die Linse parallel. Mit Hilfe eines Fernrohrs, das auf Unendlich eingestellt ist, kann ein scharfes Bild des Spaltes betrachtet werden.

2.1 Justieren des Gitterspektrometers

Die Justierung des Spektrometers erfolgt in drei Schritten:

- Einstellung des Fernrohrs auf Unendlich[1]. Dabei ist zu beachten, dass nach erfolgter Einstellung keine Parallaxeeffekte mehr auftreten dürfen.
- Der schmal eingestellte Spalt wird beleuchtet (über eine Na-Dampflampe). Das Fernrohr wird so eingestellt, dass der Spalt zu erkennen ist. Damit bilden der Kollimator und das Fernrohr eine Achse. In dieser Einstellung wird der Ring zum Winkelmessen passend eingestellt und arretiert.
- Der Träger für das Gitter wird so justieren, dass das Gitter anschließend senkrecht zum einfallenden Strahl steht. Dazu wird anstatt des Gitters ein Spiegel eingesetzt und dieser dann so eingestellt, dass der Strahl zurück durch den Spalt des Kollimators reflektiert wird. Dieses Verhalten kann mittels eines Strahlteilers[2] überprüft werden.

2.2 Gitterkonstante des Gitters

Nun soll die Gitterkonstante eines Gitters durch Betrachten des Interferenzmusters der gelben Natrium-Doppellinie bestimmt werden. Die mittlere Wellenlänge der Doppellinie sei mit $\lambda_\mu = 589{,}3\,\text{nm}$ bekannt. Die zu erwartende Gitterkonstante g und die Spaltbreite $b = 0{,}9 \cdot g$ betragen ungefähr:

$$g \approx \frac{1\,\text{mm}}{600} = 1{,}67\,\mu\text{m} \qquad b \approx \frac{1\,\text{mm}}{600} = 1{,}50\,\mu\text{m}$$

Für die Hauptmaxima des Gitters gilt (wobei n die Ordnung und α der Ablenkwinkel ist):

$$\sin\alpha_n = \frac{n \cdot \lambda}{g}$$

$\Rightarrow \alpha_1 = 20{,}7^\circ \qquad \alpha_2 = 45{,}0^\circ \qquad \sin\alpha_3 = 1{,}06$ 3. Ordnung ist nicht mehr beobachtbar

Für die Minima der Einzelspalte gilt entsprechend:

$$\sin\alpha_n = \frac{n \cdot \lambda}{b}$$

$\Rightarrow \alpha_1 = 23{,}1^\circ \qquad \alpha_2 = 51{,}8^\circ \qquad \sin\alpha_3 = 1{,}18$ 3. Ordnung ist nicht mehr beobachtbar

Damit sind die Maxima des Gitters zu sehen, da sie nicht von den Minima des Einzelspaltes ausgelöscht werden.

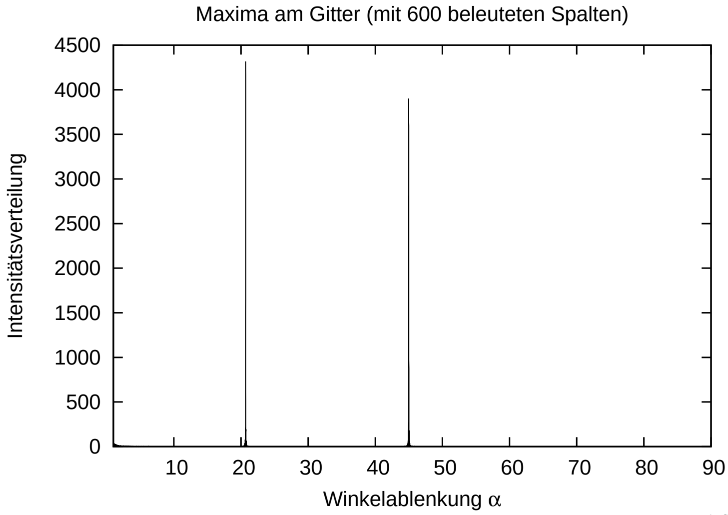
Die Formel für die Intensitätsverteilung lautet:

$$I(\alpha) = \frac{\sin^2(\frac{\pi \cdot b \cdot \sin\alpha}{\lambda})}{(\frac{\pi \cdot b \cdot \sin\alpha}{\lambda})^2} \frac{\sin^2(N \cdot \frac{\pi \cdot g \cdot \sin\alpha}{\lambda})}{\sin^2(\frac{\pi \cdot g \cdot \sin\alpha}{\lambda})}.$$

Dabei bezeichnet N die Anzahl der beleuchteten Spalte. Trägt man diese für obiges Gitter auf, so erhält man folgendes Schaubild:

[1] Der Begriff „Unendlich“ ist hier relativ auf den Beobachter zu verstehen. Da wir beide kurzsichtig sind, werden wir das Fernrohr etwas abweichend einstellen müssen.

[2] z.B. ein Objektträger



Bereits bei Beleuchtung von nur 1 mm des Gitters sind die Maxima sehr scharf. Das erste Maxima ist etwas intensiver als das zweite. (Dieses Verhalten bleibt bestehen, wenn man den Parameter N variiert.)

Minima treten bei obiger Formel immer dann auf, wenn $N \cdot \frac{g \cdot \sin\alpha}{\lambda}$ eine ganze Zahl ist. Die Winkelauflösbarkeit lässt sich dabei (als Abstand zwischen zwei Minima) als

$$1 + N \cdot \frac{g \cdot \sin\alpha}{\lambda} = N \cdot \frac{g \cdot \sin(\alpha + \Delta\alpha)}{\lambda}$$

festlegen. Setzt man nun die Winkelbeziehung für die Maxima am Gitter ein, so erhält man die für Wellenlängenauflösbarkeit:

$$\frac{\lambda}{N \cdot g} = \underbrace{\sin(\alpha + \Delta\alpha)}_{(\lambda+\Delta\lambda)\cdot n/g} - \underbrace{\sin(\alpha)}_{\lambda \cdot n/g}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N \cdot n$$

Damit lässt sich die Doppellinie in 1. Ordnung auflösen, falls $N \geq \frac{589{,}3}{0{,}5} \approx 1200$; also falls mindestens 2 mm des Gitters beleuchtet werden. Für die zweite Ordnung müsste dann nur noch 1 mm beleuchtet werden.

2.3 Abstand der Na-Doppellinie

Nun soll der Abstand der Na-Doppellinie mit oben geeichtem Spektrometer gemessen werden. Dazu misst man die beiden Winkel α und β, unter denen die beiden Maxima auftreten und berechnet $\Delta\lambda$ über:

$$\Delta\lambda = \frac{g}{n} \cdot (\sin\beta - \sin\alpha)$$

2.4 Gitterkonstante eines anderen Gittern

Es soll ein zweites Gitter untersucht werden, dessen Maxima bis in sehr hohe Ordnungen beobachtbar sind. Dass überhaupt so viele Maxima beobachtbar sind, liegt daran, dass zum einen die Gitterkonstante deutlich größer ist, womit einfach mehr Maxima in den Winkelbereich von 0° bis 90° passen. Zum anderen muss die Spaltbreite b der Einzelspalte sehr gering sein, damit die Intensität nach außen hin nur langsam abklingt.

Die Natriumdoppellinie lässt sich erst in höherer Ordnung auflösen. Werden beispielsweise 5 mm, also 250 Spalte, beleuchtet, so kann sie frühestens ab der 5. Ordnung aufgelöst werden.

2.5 Zn-Spektrallampe

Zum Abschluss sollen noch die Wellenlängen einer Zn-Spektrallampe für die Farben violett-blau, blau, blaugrün und rot bestimmt werden. Dazu nimmt man ein Gitter mit bekannter Gitterkonstante (am besten das aus Aufgabe 2.2, da es besser auflöst), vermisst die Maxima und berechnet die Wellenlänge über:

$$\lambda = \frac{g \cdot \sin \alpha_n}{n}$$

Aternativ kann auch das Gitter aus 2.4 verwendet werden. Hier sollte man dann viele Ordnungen ausmessen und über eine Regression darüber mitteln.

Je nach verwendetem Gitter ist der statistische bzw. der systematische Fehler möglichst klein. Da der systematische Fehler vermutlich der dominierende Fehler ist, sollte dieser über das Gitter aus 2.2 minimiert werden.