Versuchsvorbereitung P1-74: Bestimmung von e/m des Elektrons

Michael Walz
Gruppe 10

28. November 2007

Inhaltsverzeichnis

V Vorwort

In diesem Versuch soll die spezifische Ladung des Elektrons bestimmt werden. Dazu werden zwei verschieden Methoden benutzt. Zum einen die Methode mit dem Fadenstrahlrohr und zum anderen die Methode nach Busch.

Die spezifische Ladung ist von großer Bedeutung, da sie zum einen deutlich einfacher als die Elementarladung oder die Masse des Elektrons zu messen ist. Und zum anderen reicht bei allen Kräfte, die linear von der Ladung abhängen, die spezifische Ladungs völlig aus, um die Bewegung zu beschreiben:

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F} = q \cdot \vec{Z} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{a} = \frac{q}{m} \cdot \vec{Z}$$

Mit $\vec{Z} = \vec{E}$ beim elektrischen und $\vec{Z} = \vec{v} \times \vec{B}$ beim magnetischen Feld.

1 Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

In diesem Versuch werden die Elektronen in ein (möglichst) homogenes Magnetfeld B mit einer Geschwindigkeit v geschossen, sodass keine Schraubenbahnen, sondern lediglich Kreisbahnen entstehen[1]. Die Elektronen werden durch die Lorentzkraft auf Kreisbahnen gehalten. Der Durchmesser $2r$ des Kreises wird bestimmt und daraus e/m berechnet. Es gilt:

$$F_{\text{Zentripetal}} = F_{\text{Lorentz}}$$

$$m\frac{v^2}{r} = e \cdot \left|\vec{v} \times \vec{B}\right|$$

$$\vec{v} \perp \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \frac{e}{m} = \frac{v}{r \cdot B}$$

Die Elektronen durchlaufen die Beschleunigungsspannung U, besitzen also eine (nicht relativistische)[2] kinetische Energie:

$$E_{\text{kin}} = e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{e}{m} \cdot 2U}$$

Wenn man dies oben einsetzt, ergibt dies:

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{r^2 \cdot B^2}$$

1.1 Magnetfeld eines Helmholtzspulenpaars

Zuerst soll das Magnetfeld zwischen zwei Helmholtzspulen gemessen werden. Da aber die beiden Helmholtzspulen in Plexiglas eingeschlossen sind, muss eine weitere Spule davor aufgebaut werden, um zwischen dieser und der vorderen eingeschlossenen Spule messen zu können.

- Gemessen wird an den vorgesehen Stellen der Messplatte[3] für die Spulenströme 1,0 / 1,5 / 2,0 A

Gemessen wird mit einer Hallsonde. In der Hallsonde findet auf Grund des zu messenden Magnetfeldes eine Ladungstrennung statt. Die daraus resultierende Spannung U_H wird gemessen, um auf das Magnetfeld schließen zu können.

[1] Der Einschusswinkel wird senkrecht zum B-Feld gewählt.
[2] Da unsere Beschleunigungsspanung immer kleiner als 1000 V ist, brauchen wir nicht relativistisch rechnen.
[3] die Messplatte soll sich in der Mitte zwischen den beiden Helmholzspulen befinden

Bewegen sich die Elektronen in der Hallsonde mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ senkrecht zum Magnetfeld $\vec{B}$, so wirkt auf sie die Lorentzkraft, die im statischen Fall durch die elektrische Kraft, die bei der Trennung der Ladungen entsteht, kompensiert wird.

$$\begin{aligned} F_{\text{elektrisch}} &= F_{\text{Lorentz}} \\ e \cdot \frac{U_H}{d} = e \cdot E &= e \left| \vec{v} \times \vec{B} \right| = e \cdot v \cdot B \\ \Rightarrow B = \frac{U_H}{d \cdot v} \qquad &\Rightarrow \qquad B \propto U_H \end{aligned}$$

d bezeichnet die Dicke der Hallsonde. Der Proportionalitätsfaktor muss im nächsten Schritt experimentell bestimmt werden.

1.2 Eichung der Hallsonde

Zur Eichung der Hallsonde misst man das Magnetfeld einer *langen* Eichspule. Für diese Spulenart kann das Magnetfeld im Innern als homogen angenommen werden:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{n}{L} \cdot I_{\text{err}}$$

Dabei bezeichnet $\frac{n}{L}$ die Wicklungsdichte und I_{err} den Erregerstrom.

- Gemessen wird mit 10 verschiedene Stromstärken (bis 0,8 A) und daraus über ein Regressionsgerade ($B = \text{const.} \cdot U_H$) den Proportionalitätsfaktor der Hallsonde gemessen.

1.3 Magnetfeld des Helmholtzspulenpaars

Nun können die in 1.1 gemessenen Spannungswerte in B-Felder umgerechnet werden und mit dem theoretischen Wert

$$B = 0{,}7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R} = 7{,}79 \cdot 10^{-4}\,\frac{\text{T}}{\text{A}} \cdot I_{\text{err}}$$

verglichen werden.

1.4 Bestimmung von e/m

Nun wird die Zusatzspule wieder abgebaut und die beiden Spulen innerhalb des Plexiglasquaders benutzt. Aufgebaut wird der Versuch nach Schaltung 1. An den vorgesehenen Stellen müssen Sicherheitskabel benutzt werden.

- Gemessen wird zuerst bei zwei konstanten Spulenströmen (1 / 2 A) die Abhängigkeit von der Anodenspannung (100–250 V; $\Delta = 25$ V)
- und anschließend bei zwei konstanten Anodenspannungen (125 / 250 V) die Abhängigkeit von den Spulenströmen (1,0–2,0 A; $\Delta = 0{,}2$ A)

Bei jeden Durchgang wird der Durchmesser $2r$ der Kreisbahn gemessen. Diese sollte paralaxenfrei über einen Spiegel vorgenommen werden. Anschließend kann über die oben hergeleitete Formel die spezifische Ladung berechnet werden.

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{r^2 \cdot B^2}$$

2 e/m nach der Methode von Busch

Wir bauen erstmal die Schaltung 2 auf, und machen uns mit der Apparatur vertraut. Die für uns wichtigen Bausteine sind:

- g1: Über die Spannung an diesem Anschluss kann die Strahlintensität gesteuert werden. (Anodenspannung)
- g3: Hier kann die Strahlschärfe über die anliegende Spannung eingestellt werden. (Wehnelt-zylinder)
- d1-d1' und d2-d2': Zwei Ablenkplattenpaare, über die der Elektronenstrahl abgelenkt wird. Dies geschieht über eine Wechselspannung, sodass ohne anliegendes Magnetfeld eine Strich auf dem Schirm entsteht. Da wir eine ausführliche Fehlerrechnung vornehmen wollen, müssen wir einmal mit dem einen und einmal mit dem anderen Paar messen.
- k: Eine Heizkathoden, hier werden die Elektronen aus dem Metall gelöst.
- S: Der Schirm wird durch die auftreffenden Elektronen zum Leuchten angeregt, sodass man die Auftreffpunkte erkennen kann.

2.1 Vorversuch

Anschließend werden ein paar Vorversuche vorgenommen:

- Wir stellen eine niedrige Beschleunigungsspannung (ca. 500 V) ein und wählen ohne Magnetfeld die Deflektorspannung so, dass ein langer Strich auf dem Schirm entsteht. Dazu stellen wir an g1 und g3 sinnvolle Spannungswerte ein.
- Bei steigendem Spulenstrom wird das entstehenden Bild betrachtet und schließlich der Strom so eingestellt, dass der Strich zu einem kleinem Punkt verschwindet. Der Strom wird weiter erhöht, um bei höherem Strom wieder irgendwann nur einen Punkt zu erlangen.

Durch die Wechselspannung an den Ablenkplatte, wird der Elektronenstrahl zeitlich gestreut und es entstehen Geschwindigkeitskomponenten, die nicht mehr parallel zum Magnetfeld, das von den Spulen erzeugt wird, sind.

Wir zerlegen die Geschwindigkeit in $v_\parallel = |\vec{v}| \cdot \cos\theta(t)$ und $v_\perp = |\vec{v}| \cdot \sin\theta(t)$. Das Magnetfeld hat damit auf $v_\parallel$ keinen Einfluss und bewirkt über $v_\perp$ eine Schraubenbahn der Elektronen. Es ergibt sich bei einer Beschleunigungsspannung U_B und Abstand L zum Schirm eine Laufzeit von den Ablenkplatten aus:

$$T = \frac{L}{v_\parallel} = \frac{L}{\cos\theta(t)} \cdot \sqrt{\frac{m}{e} \cdot \frac{1}{2U_B}}$$

Über $v_\perp$[4] werden die Elektronen auf einer Kreisbahn mit Radius r gehalten. Wir erhalten den Kreisradius und die Umlaufzeit, indem wir die magnetische Kraft mit den Zentripetalkraft gleichsetzen.

$$\begin{aligned} F_{\text{Lorentz}} &= F_{\text{Zentripetal}} \\ e \cdot v_\perp \cdot B &= m\frac{v_\perp^2}{r} \qquad \Rightarrow \qquad r = \frac{m}{e} \cdot \frac{v_\perp}{B} \\ v_\perp = \omega \cdot r & \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v_\perp} = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{m}{e} \end{aligned}$$

[4] Natürlich nur, wenn $v_\perp \neq 0$ gilt. Ansonsten gelangen die Elektronen sowieso geradlinig auf den Schirm.

Nach einer Umdrehung befinden sich die abgelenkten Elektronen wieder im Strahl mit den nicht abgelengten Elektronen. Dies soll genau auf den Schirm geschehen, sodass wir die beiden Zeiten gleichsetzen können:

$$\frac{L}{\cos\theta(t)} \cdot \sqrt{\frac{m}{e} \cdot \frac{1}{2U_B}} = T = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{m}{e}$$

$$\Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot U_B}{B^2 L^2} \cdot \cos\theta(t)$$

Wenn wir jetzt noch annehmen, dass die Winkel $\theta(t)$ nur sehr klein sind und damit $\cos\theta(t) = 1$ gilt, treffen *alle* Elektronen im gleichen Punkt auf dem Schirm auf und wir erhalten:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot U_B}{B^2 L^2}$$

2.2 e/m-Bestimmung

Mit den obigen Erkenntnissen können wir nun e/m bestimmen:

- Wir messen den nötigen Spulenstrom I für verschiedenen Beschleunigungsspannungen U (500–700 V, $\Delta = 25$ V) und bestimmen über eine Regression e/m.
- Wir wiederholen diese Messung für das andere Ablenkplattenpaar.

Dazu müssen wir noch aus dem Spulenstrom I das Magnetfeld errechnen. Die Spule lässt sich nicht als *lange* Spule betrachtet, sodass wir

$$B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{2 \cdot L} \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L-a)^2}} \right)$$

benützen müssen und über die drei Werte für B an den Ablenkplatten, am Schirm und in der Mitte dazwischen mitteln. Dabei ist a der Abstand zum einen Spulenende, R der Radius der Spule, L die Länge und n die Anzahl der Wicklungen.