Versuchsvorbereitung P1-74: Bestimmung von e/m des Elektrons

Kathrin Ender, Michael Walz
Gruppe 10

6. Dezember 2007

Inhaltsverzeichnis

0 Zur Auswertung

Alle Messwerte befinden sich im handgeschrieben angehängten Versuchsprotokoll. Diese Werte wurden am Computer abgetippt und dem Programm GNUPLOT[1] zur linearen Regression übergeben und die Werte für Steigung, Y-Achsenabschnitt und den statistischen Fehler der beiden von dort übernommen. GNUPLOT nutzt zur linearen Regression die Formeln 16–18 aus dem Fehlerrechnungsskript zum Praktikum.

Die meisten Messwerte mussten aufgrund der Ableseskalen (oder aus sonstigen Gründen) noch umgerechnet werden. Aufgrund des massiven Rechenaufwandes erledigten wir dies direkt am Computer unter GNUPLOT mittels der Option „using“[2]; sowohl bei der Regression (über „fit“) wie auch beim Erstellen der Graphen (über „plot“).

Für die Fehlerfortpflanzung von statistischen Fehlern wird im Allgemeinen das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz (Formel 4 im Fehlerrechnungsskript) benutzt. Für systematische Fehler muss, da die statistische Unabhängigkeit dieser Messabweichungen nicht gegeben ist, eine Größtfehlerabschätzung nach Formel 5 vorgenommen werden.

Im Allgemeinen werden wir Messwerte in der folgenden Form angeben:

$$\text{Messwert} = (\text{Bestwert} \pm \text{statistischer Fehler} \pm \text{systematischer Fehler})\,\text{Maßeinheit}$$

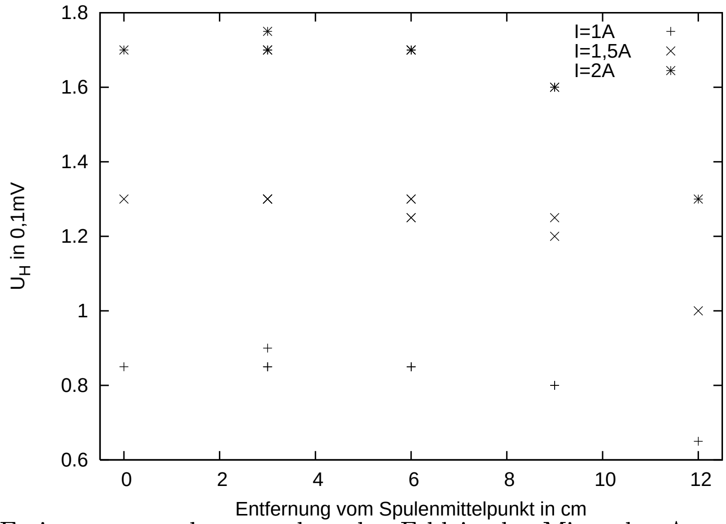
1 e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

Bei der ersten Methode wird e/m aus dem Radius, der Kreisbahn bestimmt, die ein Elektron beschreibt, wenn es senkrecht zu den Feldlinien in ein Magnetfeld eingebracht wird. Alle benötigten und verwendeten Formeln wurden in der Vorbereitung abgeleitet. Auch der genaue Versuchsaufbau wurden bereits beschrieben. In den Vorversuchen zur eigentlichen Bestimmung wird zunächst das Magnetfeld zwischen einem Helmholtzspulenpaar genauer untersucht, außerdem beschäftigt man sich mit der Messung von Magnetfeldern mittels einer Hallsonde.

1.1 Das B-Feld zwischen dem Helmholtzspulenpaar

Da die Homogenität des Magnetfeldes zwischen dem Helmholtzspulenpaar für die nachfolgenden Versuche wichtig ist. Wurde mit einer Hallsonde das Feld an mehreren Messstellen ausgemessen (genaue Lage der Messstellen siehe Messprotokoll). Im folgenden Diagramm wurde die gemessene Hallspannung über dem Abstand vom Mittelpunkt der Spulenanordnung aufgetragen.

[1] http://www.gnuplot.info/
[2] http://www.gnuplot.info/docs/node133.html



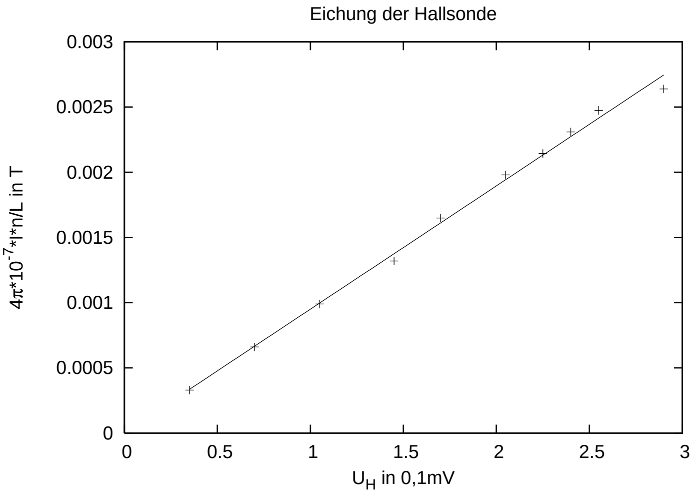
Es ist gut zu erkennen, dass das Feld in der Mitte der Anordnung recht homogen ist, weiter außen fällt es jedoch ab. Um aus dieser gemessenen Hallspannung aber das tatsächliche Magnetfeld zu bestimmen muss die Hallsonde geeicht werden.

1.2 Eichung der Hallsonde

Um die Hallsonde zu Eichen wurde sie in das Feld einer langen Spule eingebracht und die Hallspannung bei unterschiedlichem Spulenstrom gemessen. Das B-Feld einer lange Spulen lässt sich leicht bestimmen über:

$$B = \mu_0 \cdot I \cdot \frac{n}{L}$$

Trägt man B über U_H auf und führt eine lineare Regression durch so erhält man die gesucht Proportionalitätskonstante um aus der gemessenen Hallspannung das B-Feld zu bestimmen ($B = const \cdot U_H$). Es ergab sich folgende Regression:



$$f(x) = a + b \cdot x$$

$$a = (4{,}66134 \cdot 10^{-6} \pm 4{,}012 \cdot 10^{-5})T$$

$$b = (0{,}000945215 \pm 2{,}096 \cdot 10^{-5}) \cdot 10^4 \frac{T}{V}$$

$$\Rightarrow B = 9{,}45 \frac{T}{V} \cdot U_H$$

1.3 Vergleich des gemessenen Wertes mit dem theoretischen

Da wir die Konstante, die für die Bestimmung des B-Feldes aus der gemessenen Hallspannung nötig ist bestimmt haben, können wir nun ausrechnen welche B-Felder in 1.1 gemessen wurden. Für das theoretische Feld gilt:

$$B = 0{,}7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R} \qquad \text{für unsere Anordnung: } B = 7{,}79 \cdot 10^{-4} \frac{T}{A} \cdot I$$

Der experimentelle Wert wurde jeweils aus dem Mittelwert der Hallspannung an allen Messstellen beim jeweiligen Spulenstrom bestimmt.

Stromstärke	1A	1,5A	2A
theoretischer Wert in mT	0,779	1,169	1,558
experimenteller Wert in mT	0,785	1,181	1,563

Die experimentellen Werte stimmen also gut mit den theoretischen überein.

1.4 Elektronenkreisbahnen

Beim Hauptversuch wurden 4 verschiedene Messreihen aufgenommen (Messwerte siehe Messprotokoll):

- 1.Messreihe: $I = 1A = const \quad U = 100 - 250V$ in $\Delta U = 25V$
  (Die Messwerte für $U = 225V$ und $U = 250V$ konnten leider nicht mehr genommen werden, da die Kreisbahn zu groß wurde, so dass ihr Radius wegen der Krümmung des Kolbens nicht mehr zu bestimmen war)
- 2.Messreihe: $I = 2A = const \quad U = 100 - 250V$ in $\Delta U = 25V$
- 3.Messreihe: $U = 125{,}2V = const \quad I = 1A - 2A$ in $\Delta I = 0{,}2A$
- 4.Messreihe: $U = 250{,}1V = const \quad I = 1A - 2A$ in $\Delta I = 0{,}2A$
  (Hier konnte der Messwert für $I = 1A$ nicht mehr genommen werden)

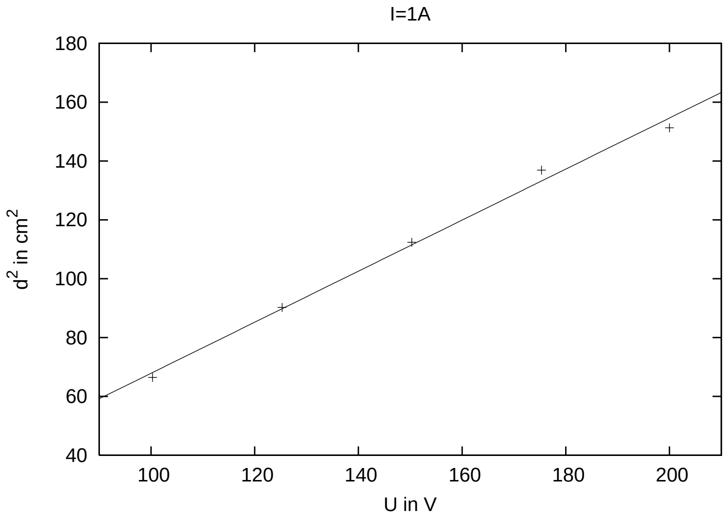
Für die unterschiedlichen Messreihen wurden mit Gnuplot jeweils die in der Vorbereitung beschriebenen lineare Regressionen durchgeführt mit $f(x) = a + b \cdot x$. Die statistischen Fehler ergeben sich jeweils direkt aus dem relativen statistischen Fehler der Steigung b. Für die systematischen Fehler sind wir von folgenden Fehlern ausgegangen:

- $\Delta I = 0{,}025A$ Ablesefehler der Stromstärke, entspricht einem halben Skalenteil
- $\Delta U = 0{,}1V$ Ablesefehler von U, es wurde ein digitales Messgerät verwendet
- $\Delta d = 2mm$ Bestimmung des Durchmessers war nicht sehr genau möglich, da sowohl die Messlatte immer wieder verrutschte als auch der Glaskolben, so dass keine Kreisbahn, sondern eine Schraubenbahn vorlag. Wir kontrollierten die Stellung zwar häufig, Fehler sind jedoch nicht ausgeschlossen. Außerdem fiel auf, dass die Durchmesserbestimmung sehr subjektiv ist.
- bei den Messgeräten kommt außerdem noch ein gerätbedingter Fehler von 1% hinzu.

Der systematische Fehler wurde mittels der Größtfehlerabschätzung immer für ein Wertepaar in der Mitte der Geraden berechnet aus:

$$\frac{\Delta_{sys} e/m}{e/m} = \frac{\Delta U}{U} + 2\frac{\Delta d}{d} + 2\frac{\Delta I}{I}$$

1.4.1 1.Messreihe



$$b = 0{,}867742 \cdot 10^{-4} \frac{m^2}{V}$$

$$\sigma_b^{stat} = 4{,}511\%$$

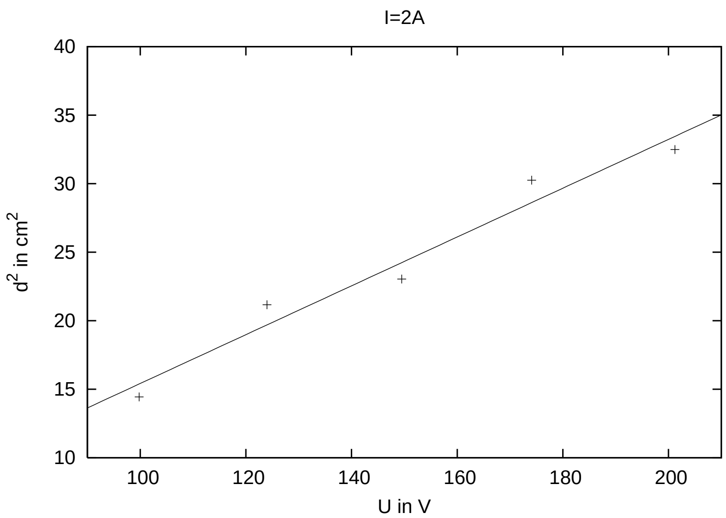
$$a = -18{,}9271 cm^2$$

$$\frac{e}{m} = \frac{8R^2}{(0{,}7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I)^2} \cdot \frac{1}{b}$$

Systematischer Fehler berechnet an der Stelle: $U = 150{,}3V \quad d = 12{,}3cm \quad I = 1A$.

$$\frac{e}{m} = (1{,}52 \pm 0{,}07 \pm 0{,}17) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

1.4.2 2.Messreihe



$$b = 0{,}178166 \cdot 10^{-4} \frac{m^2}{V}$$

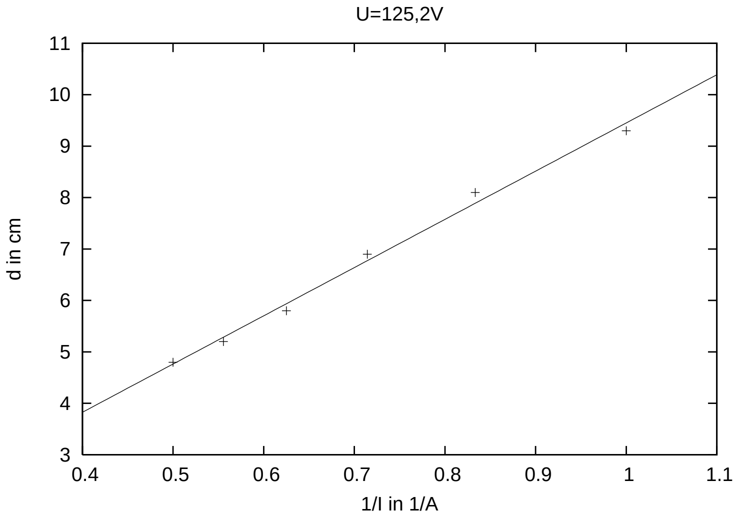
$$\sigma_b^{stat} = 11{,}49\%$$

$$a = -2{,}39899 cm^2$$

Systematischer Fehler berechnet an der Stelle $U = 149{,}5V \quad d = 4{,}8cm \quad I = 2A$.

$$\frac{e}{m} = (1{,}85 \pm 0{,}21 \pm 0{,}26) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

1.4.3 3.Messreihe



$$b = 9{,}37348 \cdot 10^{-2}\frac{m}{A}$$

$$\sigma_b^{stat} = 4{,}248\%$$

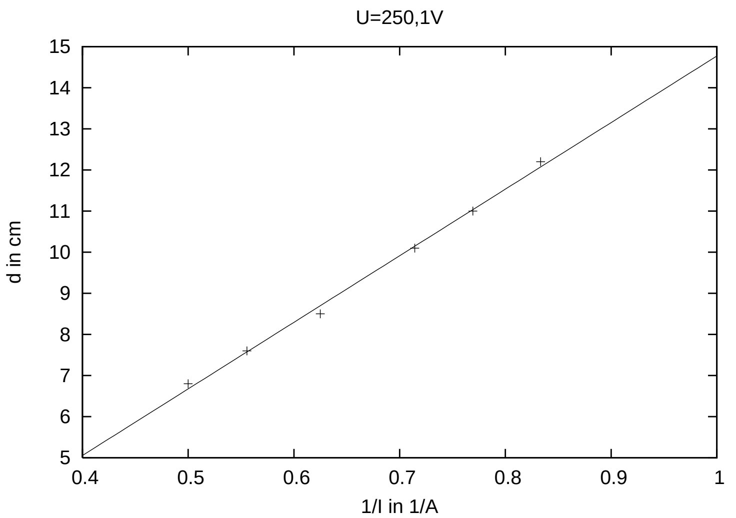
$$a = 0{,}0778848cm$$

$$\frac{e}{m} = \frac{8R^2 \cdot U}{(0{,}7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I)^2 \cdot b^2}$$

Systematischer Fehler berechnet an der Stelle $U = 125{,}2V \quad d = 6{,}9cm \quad I = 1{,}4A$.

$$\frac{e}{m} = (1{,}88 \pm 0{,}08 \pm 0{,}23) \cdot 10^{11}\frac{C}{kg}$$

1.4.4 4.Messreihe



$$b = 16{,}1951 \cdot 10^{-2}\frac{m}{A}$$

$$\sigma_b^{stat} = 2{,}952\%$$

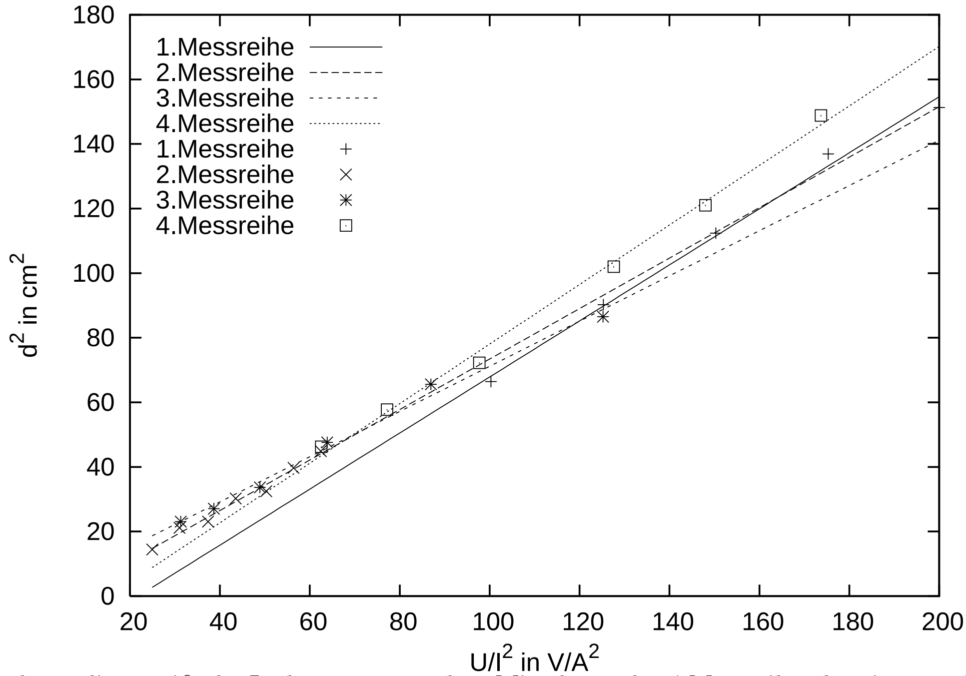
$$a = -1{,}42304cm$$

Systematischer Fehler berechnet an der Stelle $U = 250{,}1V \quad d = 10{,}1cm \quad I = 1{,}4A$.

$$\frac{e}{m} = (1{,}256 \pm 0{,}04 \pm 0{,}14) \cdot 10^{11}\frac{C}{kg}$$

1.4.5 Bestimmung von e/m aus allen Messreihen

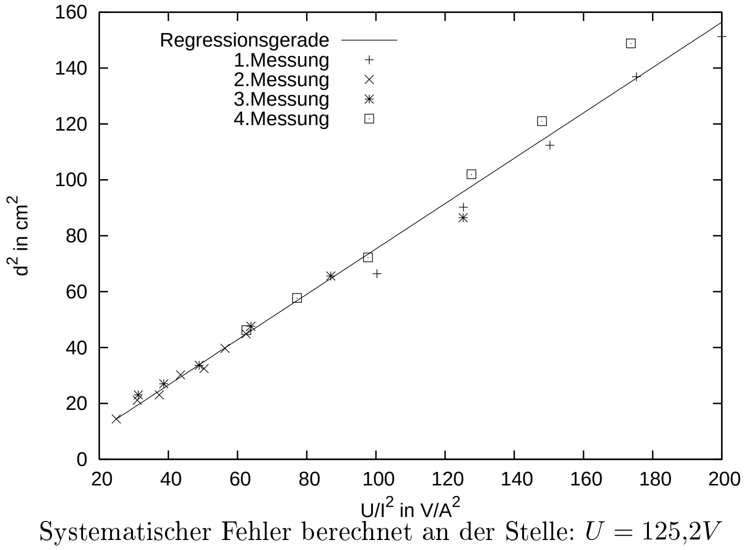
Zunächst haben wir alle Messreihen in einem Diagramm zusammengefasst.



Man kann die spezifische Ladung nun aus dem Mittelwert der 4 Messreihen bestimmen. Dann ergibt sie sich zu:

$$\frac{e}{m} = (1{,}63 \pm 0{,}06 \pm 0{,}2) \cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}$$

Eine andere Möglichkeit wäre eine weitere Regressionsgerade durch alle Messwerte zu legen. Dann erhält man:



$$b = 0{,}811288 \cdot 10^{-4}\,\frac{A^2 \cdot m^2}{V}$$

$$\sigma_b^{stat} = 2{,}409\%$$

$$a = -5{,}85177 cm^2$$

Systematischer Fehler berechnet an der Stelle: $U = 125{,}2V \quad d = 8{,}1 \quad I = 1{,}2A$

$$\frac{e}{m} = (1{,}62 \pm 0{,}04 \pm 0{,}12) \cdot 10^{11}\,\frac{C}{kg}$$

1.4.6 Vergleich mit dem Literaturwert

Die spezifische Ladung des Elektrons lässt sich aus der Elementarladung und der Masse des Elektrons, die in jeder Formelsammlung zu finden sind berechnen:

$$\frac{e}{m} = \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19} C}{9{,}11 \cdot 10^{-31} kg} \approx 1{,}76 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Im Rahmen unserer der Messungenauigkeiten stimmen unserer aus dem Versuch erhaltenen Werte also mit dem Literaturwert überein.

2 e/m nach der Methode von Busch

2.1 Vorversuch

Wir bauten die Schaltung entsprechend Abbildung 2 auf und stellten erstmal eine Beschleunigungsspannung von ca. 500 V ein. Bei $I = 0\,\mathrm{A}$ (also ohne Magnetfeld) stellten wir die Deflektorspannung so ein, dass ein langer senkrechter[3] Strich auf dem Schirm entstand. Über zwei Drehwiderstände stellten wir die Intensität und den Fokus des entstehenden Bildes ein.

Bei steigendem Spulenstrom drehte sich der Strich gegen den Uhrzeigensinn und konnte schließlich zu einem kleinem Punkt fokussiert werden. Der Strom wurde weiter erhöht. Dabei entstand zuerst der Strich wieder (aber verkürzt), um anschließend wieder zu einem Punkt zu verschwinden. Das Zustandekomme dieses Phänomens wurde in der Vorbereitung ausführlich behandelt. Bei höheren Spannungswerte konnte diese zweite Einstellung, bei der der Elektronenstrahl zu einem Punkt fokussiert wird, nicht mehr erreicht werden.

Beim Benutzen der Ablenkplatten d2-d2' traten zwei Probleme auf. Zum einen konnte der Fokus nicht unabhängig von I eingestellt werden, wie das bei d1-d1' der Fall war und zum anderen ließ sich der Elektronenstrahl nicht auf einen Punkt fokussieren. Es entstand vielmehr ein kleiner Stern von ca. 2,5 mm Durchmesser.

Zur Bestimmung von e/m maßen wir den nötigen Spulenstrom I für verschiedenen Beschleunigungsspannungen U (500–700 V, $\Delta = 25\,\mathrm{V}$) bei denen der Elektronenstrahl zu einem Punkt fokussiert wurde und wiederholten diese Messung für das andere Ablenkplattenpaar.

2.2 e/m-Bestimmung

2.2.1 Magnetfeldbestimmung

Aus der Vorbereitung wissen wir, dass wir zur Berechnung des Magnetfeldes nicht die Formel für eine *lange* Spule benutzen dürfen, sondern dass wir

$$B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{2 \cdot L} \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L-a)^2}} \right) =: k \cdot \mu_0 \cdot I$$

$$\text{oder} \qquad k = \frac{n}{2 \cdot L} \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{a^2} + 1}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{(L-a)^2} + 1}} \right)$$

$$L = 180 \pm 0{,}5\,\mathrm{mm} \qquad R = 42 \pm 0{,}5\,\mathrm{mm} \qquad n = 9970$$

benützen müssen und über die drei Werte für B an den Ablenkplatten, am Schirm und in der Mitte dazwischen mitteln. Dabei ist a der Abstand zum einen Spulenende[4], R der

[3] Bei Benutzung der Ablenkplatten d2-d2' trat ein waagrechter Strich auf, woraus ersichtlich ist, dass die beiden Plattenpaare senkrecht zu einander stehen.

[4] Es ist egal zu welchem, da im zweiten Summanden mit $L - a$ gerechnet wird.

Radius der Spule, L die Länge und n die Anzahl der Wicklungen. Die angegebenen Fehler für die B-Feldberechnung sind alles systematische Fehler, die nach der Größtfehlermethode fortgepflanzt werden:

$$\sigma_k = \left|\frac{\partial k}{\partial L}\right| \sigma_L + \left|\frac{\partial k}{\partial R}\right| \sigma_R + \left|\frac{\partial k}{\partial a}\right| \sigma_a$$

Mit dem Abstand d der Ablenkplatten zum Schirm ergeben sich drei Messstellen. Da a aber bereits von L abhängt, muss bei der Fehlerberechnung von $L-a$ aufgepasst werden[5]. Deshalb wurde die Formel für a in die Formel für $L-a$ eingesetzt und erst in der entstehenden Form die Fehlerfortpflanzung betrachtet.

$$\begin{aligned}
a_{\text{Schirm}} &= \frac{L-d1}{2} = 46 \pm 0{,}75\,\text{mm} & L - a_{\text{Schirm}} &= \frac{L+d1}{2} = 134 \pm 0{,}75\,\text{mm} \\
a_{\text{Platte}} = d + a_{\text{Schirm}} &= \frac{1}{2}(L + 2d - d1) & L - a_{\text{Platte}} &= \frac{1}{2}(L - 2d + d1) \\
a_{\text{Mitte}} = \frac{a_{\text{Platte}} + a_{\text{Schirm}}}{2} &= \frac{1}{2}(L + d - d1) & L - a_{\text{Mitte}} &= \frac{1}{2}(L - d + d1)
\end{aligned}$$

a_{Schirm} ergibt sich aus der Länge der Spule und dem Abstand des Plattenpaares d1-d1' zum Schirm, da die Spule symmetrisch zur d1-S-Strecke eingebaut ist[6].

Für das Plattenpaar $d1 - d1'$ ergeben sich einige Vereinfachungen, da $d = d1$ ist:

$$\begin{aligned}
d = d1 &= 88 \pm 1\,\text{mm} & & \\
a_{\text{Platte}} &= L - a_{\text{Schirm}} & L - a_{\text{Platte}} &= a_{\text{Schirm}} \\
a_{\text{Mitte}} &= 90 \pm 0{,}25\,\text{mm} & L - a_{\text{Mitte}} &= a_{\text{Mitte}}
\end{aligned}$$

Es ergeben sich damit folgende Werte für k_i und als Mittelwert für k:

$$k_{\text{Schirm}} = 46{,}88 \pm 1{,}37\,\frac{1}{\text{mm}} \qquad k_{\text{Platte}} = 46{,}88 \pm 1{,}37\,\frac{1}{\text{mm}} \qquad k_{\text{Mitte}} = 50{,}19 \pm 0{,}40\,\frac{1}{\text{mm}}$$

$$k = 47{,}98 \pm 1{,}04\,\frac{1}{\text{mm}}$$

Da die Relation $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ exakt ist (also ohne Fehler), ergibt sich für das B-Feld:

$$B = \underbrace{(0{,}0603 \pm 0{,}0013)\,\frac{\text{T}}{\text{A}}}_{=:\eta} \cdot I$$

Für das Plattenpaar $d2 - d2'$ ergibt sich:

$$\begin{aligned}
d = d2 &= 70 \pm 1\,\text{mm} & & \\
a_{\text{Platte}} &= 116 \pm 1{,}75\,\text{mm} & L - a_{\text{Platte}} &= 64 \pm 1{,}75\,\text{mm} \\
a_{\text{Mitte}} &= 81 \pm 1{,}25\,\text{mm} & L - a_{\text{Mitte}} &= 99 \pm 1{,}25\,\text{mm}
\end{aligned}$$

Es ergeben sich damit folgende Werte für k_i und als Mittelwert für k:

$$k_{\text{Schirm}} = 46{,}88 \pm 1{,}68\,\frac{1}{\text{mm}} \qquad k_{\text{Platte}} = 49{,}19 \pm 1{,}30\,\frac{1}{\text{mm}} \qquad k_{\text{Mitte}} = 50{,}08 \pm 0{,}54\,\frac{1}{\text{mm}}$$

$$k = 48{,}72 \pm 1{,}17\,\frac{1}{\text{mm}}$$

[5] Der Fehler von L und a ist damit nämlich nicht mehr unabhängig

[6] Da nicht angegeben ist, mit welchem systematischen Fehler diese Symmetrie behaftet ist, wurde von einer exakten Symmetrie ausgegangen.

Für das B-Feld gilt dann:

$$B = \underbrace{(0{,}0612 \pm 0{,}0015)\,\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{A}}}_{=:\eta} \cdot I$$

2.2.2 Plattenpaar d1-d1'

Wir wissen aus der Vorbereitung, dass die folgenden Formel gilt:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot U_B}{B^2 L^2} = \frac{8\pi^2 \cdot U_B}{\eta^2 I^2 L^2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{B^2 L^2}{8\pi^2} = \frac{m}{e} \cdot U_B$$

Dabei ist mit L nicht die Spulenlänge gemeint, sondern der Abstand der Ablenkplatten zum Schirm ($L = d$).

Wir tragen also $\frac{B^2L^2}{8\pi^2}$ gegen U_B auf und ermitteln über lineare Regression die Steigung $\frac{m}{e}$ und den hoffentlich verschwindenden Y-Achsenabschnitt A. Diese inverse Auftragung wurde gewählt, da GNUPLOT standardmäßig nicht mit sehr kleinen Abszissenwerte zurecht kommt.

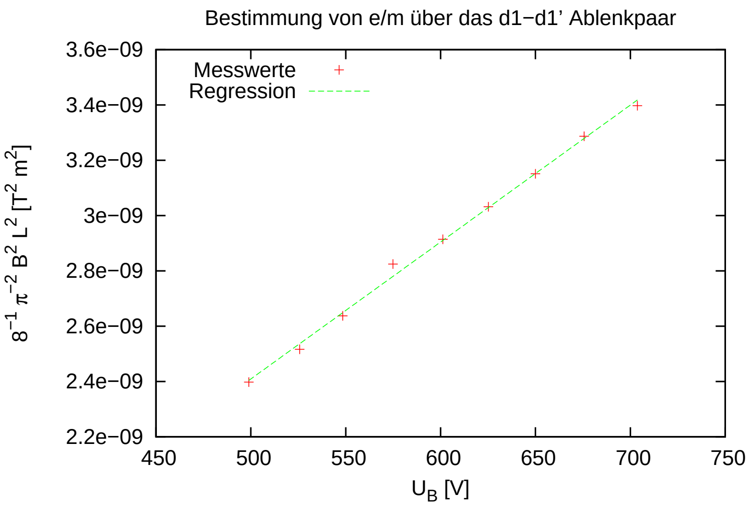
Die Regression ergab folgenden Werte:

$$\frac{m}{e} = 4{,}95 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{C}}$$

$$\sigma_{\frac{m}{e},stat} = 1{,}07 \cdot 10^{-13}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{C}}$$

$$A = -6{,}68 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{T^2m^2}$$

$$\sigma_{A,stat} = 6{,}45 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{T^2m^2}$$



Der Y-Achsenabschnitt ist erwartungsgemäß (innerhalb der Fehlergrenzen) bei Null. Für die spezifische Ladung erhalten wir:

$$\frac{e}{m} = 2{,}02 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \qquad \sigma_{\frac{e}{m},stat} = 4{,}4 \cdot 10^{9}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$$

Um den systematischen Fehler zu berechnen, berechnen wir stellvertretend den systematischen Fehler für einen Messwert in der Mitte unseres Messbereiches. Dies hat den Vorteil, das wir dadurch ungefähr den Mittelwert über die systematischen Fehler der Einzelmessungen erhalten. Unser Messpaar ist:

$$U_B = 601{,}2\,\mathrm{V} \qquad I = 90{,}4\,\mathrm{mA}$$

Als Ablesefehler ergab sich durch Rundung beim digitalen Spannungsmesser und durch Ablesefehler beim analogen Strommesser (halber Skalenteil:)

$$\sigma_{U_B,\mathrm{Ablese}} = 0{,}1\,\mathrm{V} \qquad \sigma_{I,\mathrm{Ablese}} = 1{,}0\,\mathrm{mA}$$

Laut Aufgabenblatt beträgt der relativer Messfehler für die Messgeräte 1%, sodass wir durch Addition folgenden relativen Fehler erhalten:

$$\sigma_{U_B,\mathrm{rel}} = 1{,}0\% \qquad \sigma_{I,\mathrm{rel}} = 2{,}1\%$$

Der relative Fehler von η und $L = d1$ ist:

$$\sigma_{\eta,\text{rel}} = 2{,}2\% \qquad \sigma_{L,\text{rel}} = 1{,}1\%$$

Die relativen Fehler addieren sich in der e/m-Formel gewichtet mit den Exponenten:

$$\sigma_{\frac{e}{m},\text{rel}} = \sigma_{U_B,\text{rel}} + 2\sigma_{I,\text{rel}} + 2\sigma_{\eta,\text{rel}} + 2\sigma_{L,\text{rel}} = 11{,}8\%$$

Damit ergibt sich:

$$\frac{e}{m} = (2{,}02 \pm 0{,}04 \pm 0{,}24) \cdot 10^{11}\,\frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Dies deckt sich (im Rahmen der Fehlergrenzen) nicht mehr mit dem Literaturwert von $1{,}76 \cdot 10^{11}\,\frac{\text{C}}{\text{kg}}$. Allerdings muss man bedenken, dass die Stellung, bei der die Elektronen zu einem Punkt auf dem Schirm fokussiert wurden, etwas willkürlich gewählt wurde und auch daraus ein Fehler resultiert, der hier nicht beachtet wurde.

2.2.3 Plattenpaar d2-d2'

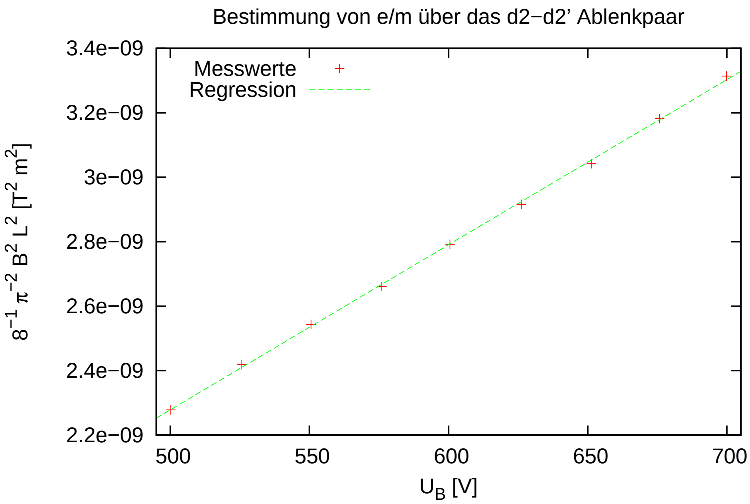
Die Regression ergab folgenden Werte:

$$\frac{m}{e} = 5{,}12 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{kg}}{\text{C}}$$

$$\sigma_{\frac{m}{e},stat} = 4{,}36 \cdot 10^{-14}\,\frac{\text{kg}}{\text{C}}$$

$$A = -2{,}83 \cdot 10^{-10}\,\text{T}^2\text{m}^2$$

$$\sigma_{A,stat} = 2{,}63 \cdot 10^{-11}\,\text{T}^2\text{m}^2$$



Der Y-Achsenabschnitt ist diesmal nicht erwartungsgemäß innerhalb der statistischen Fehlergrenzen bei Null. Da hier aber die systematischen Fehler noch nicht berücksichtigt sind, ist dies auch nicht allzu gravierend. Für die spezifische Ladung erhalten wir:

$$\frac{e}{m} = 1{,}95 \cdot 10^{11}\,\frac{\text{C}}{\text{kg}} \qquad \sigma_{\frac{e}{m},stat} = 1{,}67 \cdot 10^{9}\,\frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Wir berechnen den systematischen Fehler wieder anhand eines Stellvertreters. Unser Messpaar ist:

$$U_B = 600{,}5\,\text{V} \qquad I = 109{,}6\,\text{mA}$$

Inklusive Ablesefehler ergibt sich für die entsprechenden Größen ($L = d2$):

$$\sigma_{U_B,\text{rel}} = 1{,}0\% \qquad \sigma_{I,\text{rel}} = 1{,}9\% \qquad \sigma_{\eta,\text{rel}} = 2{,}5\% \qquad \sigma_{L,\text{rel}} = 1{,}4\%$$

Die relativen Fehler addieren sich in der e/m-Formel gewichtet mit den Exponenten:

$$\sigma_{\frac{e}{m},\text{rel}} = \sigma_{U_B,\text{rel}} + 2\sigma_{I,\text{rel}} + 2\sigma_{\eta,\text{rel}} + 2\sigma_{L,\text{rel}} = 12{,}6\%$$

Damit ergibt sich:

$$\frac{e}{m} = (1{,}95 \pm 0{,}02 \pm 0{,}25) \cdot 10^{11}\,\frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Diesmal liegt der Literaturwert im Rahmen der Fehlergrenzen.