

Versuchsvorbereitung P1-42: Lichtgeschwindigkeitsmessung

Kathrin Ender
Gruppe 10

20. Januar 2008

Inhaltsverzeichnis

1	Drehspiegelmethode	2
1.1	Erläuterung zum Versuchsaufbau	2
1.2	Justieren der Apparatur und Messung	3
2	Phasenvergleichsmethode	3
2.1	Versuchsaufbau	4
2.2	Justieren der Apparatur und Eichmessung	4
2.3	Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessungen	5
2.3.1	Lichtgeschwindigkeit in Luft	5
2.3.2	Brechzahl von Wasser	5
2.3.3	Brechzahl von Plexiglas	5
2.3.4	Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit mittels Lissajous-Figuren	5
2.3.5	Brechzahlbestimmung mittels Lissajous-Figuren	5

In diesem Versuch soll die Lichtgeschwindigkeit mit Hilfe von zwei unterschiedlichen Methoden bestimmt werden. Die erste ist die Drehspiegelmethode.

1 Drehspiegelmethode

1.1 Erläuterung zum Versuchsaufbau

Skizze zum Versuchsaufbau siehe Anhang. Bei der Drehspiegelmethode trifft der monochromatische Lichtstrahl aus einem Laser zunächst auf einen Strahlteiler. Ein Teil des Lichts wird auf einen Schirm geworfen, der andere Teil des Lichts trifft auf einen Drehspiegel, der mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit dreht. Vom Drehspiegel wird der Strahl reflektiert und trifft auf eine Linse. Die Linse ist so eingebaut, dass der Drehspiegel in ihrem Brennpunkt liegt. Das heißt egal in welchem Winkel der Lichtstrahl vom Drehspiegel reflektiert wird, wenn er auf die Linse trifft verläuft er parallel zur Mittelachse. Der Strahl läuft dann über einen Umlenkspiegelspiegel bis zum Endspiegel und den selben Weg wieder zurück. Da alle Strahlen senkrecht zur Linsenachse einfallen werden alle im Brennpunkt also genau an dem Punkt am Drehspiegel, von dem sie kamen fokussiert. In der Zeit Δt vom ersten Auftreffen auf den Drehspiegel bis zum zweiten Auftreffen auf dem Rückweg, hat sich dieser aber natürlich um einen Winkel δ weitergedreht. Durch diese Drehung fällt der Strahl an einer anderen Stelle auf den Schirm. Aus dieser Auslenkung, die nur von der Rotationsfrequenz des Spiegels und nicht von seinem momentanten Winkel abhängt kann die Lichtgeschwindigkeit bestimmt werden.

Im Versuchsaufbau ist folgendes bereits vorgegeben:

- Abstand Endspiegel-Umlenkspiegel $d_{UE} = 6,57m$
- Abstand Umlenkspiegel-Drehspiegel $d_{DU} = 7,23m$
- maximaler Abstand Drehspiegel-Laseraustrittsöffnung $d_{LD}^{max} = 6,80m$
- Brennweite der Linse $f = 5m$
- $f_{max} = 500Hz$

Die Position der Linse ($f = 5m$), die dazu dient, dass ansatt eines Strichs auf dem Schirm ein Punkt zu sehen ist, wurde durch die obige Erklärung bereits klar. Sie muss im Abstand f hinter dem Drehspiegel stehen. Die zweite Linse, die als Lupe dienen soll, sollte möglichst weit weg vom zu betrachtenden Schirm sein und in etwa 10cm Abstand vom Auge des Betrachters. Der Abstand zwischen Drehspiegel und Laseraustrittsöffnung lässt sich aus der Linsenformel berechnen, wobei zu beachten ist, dass auf dem Endspiegel ein scharfes Bild entstehen soll.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

$$b = \text{Bildweite} = d_{UE} + d_{DU} - f \quad g = \text{Gegenstandsweite} = d_{LD} + f$$

Setzt man ein und formt um, so erhält man:

$$d_{LD} = \frac{f^2}{d_{UE} + d_{DU} - 2f} \approx 6,579m$$

Da wir auch auf dem Schirm ein scharfes Bild erreichen wollen, muss auch die Laufstrecke vom Drehspiegel bis zum Schirm 6,579m sein.

Es wurde bereits erwähnt, dass Δt die Zeit sein soll, die der Lichtstrahl für Hin- und Rückweg zwischen Drehspiegel und Endspiegel braucht. Der Drehspiegel habe sich in dieser Zeit um den Winkel δ weitergedreht.

$$\Delta t = \frac{2(d_{UE} + d_{DU})}{c}$$

$$\delta = 2\pi f \cdot \Delta t = 2\pi f \cdot \frac{2(d_{UE} + d_{DU})}{c}$$

Wird der Drehspiegel um den Winkel δ gedreht, so wird der reflektierte Strahl um 2δ gedreht. Für kleine Winkel gilt:

$$2\delta \approx \tan(2\delta) = \frac{s}{d_{LD}}$$

Die Auswertungsformel lautet also:

$$s = \frac{8\pi \cdot d_{LD} \cdot (d_{UE} + d_{DU})}{c} \cdot f$$

Trägt man die Ablenkung über der Frequenz auf, so kann aus der Steigung der Regressionsgeraden die Lichtgeschwindigkeit bestimmt werden. Die zu erwartende Größenordnung für die Ablenkung kann berechnet werden, indem man für die Lichtgeschwindigkeit den Literaturwert $c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$, die maximale Frequenz $f = 500 Hz$ und die berechneten und gegebenen Abstände einsetzt.

$$s \approx 3,81 mm$$

1.2 Justieren der Apparatur und Messung

Bei der Justierung des Versuchsaufbaues ist folgendes zu beachten:

- der Laserstrahl muss in die Mitte des noch ruhenden Drehspiegels treffen.
- der Winkel des Drehspiegels muss so eingestellt werden, dass der Laserstrahl (ohne Linse) auf die Mitte des Umlenkspiegels fällt
- die Linse muss so montiert werden, dass der Drehspiegel in ihrem Brennpunkt liegt und muss senkrecht zum Strahlengang stehen
- der Umlenkspiegel muss so eingestellt werden, dass er Laserstrahl die Mitte des Endspiegels trifft
- Endspiegel so einstellen, dass der Strahl wieder auf selbem Weg zurückreflektiert wird

Beim Messen ist die Auslenkung s in Abhängigkeit von der Rotationsfrequenz des Drehspiegels aufzunehmen. Es soll auf jeden Fall die Frequenz $440 Hz$ eingestellt werden, indem man sich die Auftreten Schwebung zwischen Motorgeräusch und Stimmgabelton zu nutze macht. Die so eingestellte Frequenz soll mit der elektronischen Frequenzanzeige verglichen werden.

2 Phasenvergleichsmethode

Bei der Phasenvergleichsmethode macht man sich die Phasenverschiebung, die durch einen Laufzeitunterschied auf einer bekannten Strecke entsteht zu nutze um die Ausbreitungsgeschwindigkeit zu bestimmen.

2.1 Versuchsaufbau

Als Lichtsender wird eine Leuchtdiode verwendet, die im Abstand d zu einer Photodiode steht, die als Lichtempfänger dient. Die beiden Signale von Lichtsender und Lichtempfänger sollen mittels eines Zweistrahloszilloskops über derselben Zeitbasis dargestellt werden, so dass die Phasenverschiebung direkt am Oszilloskop bestimmt werden kann. Durch den geringen Abstand $d=1\text{m}$ ergibt sich jedoch ein Problem. Das Signal braucht die Zeit Δt um den Empfänger zu erreichen

$$\Delta t = \frac{d}{c} = \frac{1\text{m}}{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3,336 \cdot 10^{-9}$$

Entspricht diese Laufzeit nun einem Zehntel der Periodendauer des Signals so gilt:

$$T = 3,336 \cdot 10^{-8} \quad f \approx 30\text{MHz}$$

Damit die Phasenverschiebung auf dem Schirm deutlich zu erkennen ist sollte sie in etwa 5mm betragen. Dies wurde für das Oszilloskop eine Geschwindigkeit von

$$v_x = \frac{5\text{mm}}{3,336\text{ns}} \approx 150 \frac{\text{cm}}{\mu\text{s}}$$

bedeuten. Konventionelle Oszilloskope haben aber nur eine Geschwindigkeit von $v_{max} = 10 \frac{\text{cm}}{\mu\text{s}}$, sind also viel zu langsam.

Durch multiplikative Mischung mit einem Hilfssignal von ähnlicher Frequenz $A \cdot \cos(\Omega t)$ erreicht man eine Schwebung, die sich auch als Addition von einer hoch- und einer niedrigfrequenten Schwingung, die immer noch dieselbe Phasenverschiebung besitzen, darstellen lässt.

$$a \cdot \cos(\omega t + \varphi) \cdot A \cdot \cos(\Omega t) = \frac{a \cdot A}{2} \cdot [\cos((\omega - \Omega)t + \varphi) + \cos((\omega + \Omega)t + \varphi)]$$

Durch einen Tiefpassfilter kann der hochfrequente Anteil der Schwingung unterdrückt werden, so dass lediglich die niederfrequente mit der Frequenz $(\omega - \Omega)$ und der Phasenverschiebung φ erhalten bleibt. Dieses Verfahren wird auf beide Signale angewandt. Die Zeit $\Delta t'$ ist länger als die ohne Hilfssignal

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{\omega}{(\omega - \Omega)} = 600 \quad \text{im Versuch: } \omega = 2\pi \cdot 60\text{MHz} \quad \Omega = 2\pi \cdot 59,9\text{MHz}$$

Diese Phasenverschiebung lässt sich ohne Probleme auf einem Oszilloskop darstellen.

2.2 Justieren der Apparatur und Eichmessung

Die Messapparatur muss bei diesem Versuch um vernünftige Messergebnisse zu erhalten sehr gut justiert und geeicht werden. Es soll ein möglichst zur Zeitschiene paralleles Strahlenbündel erzeugt werden. Dies gelingt mit der Justierschraube am Leuchtdiodengehäuse, mit der die Leuchtdiode zentriert werden kann und einem verschiebbaren Kondensator. Die Photodiode muss optimal ausgeleuchtet sein. Mittels eines Frequenzzählers soll die Modulationsfrequenz ω (messbar ist $\omega/10$ an der nicht grünbringenden Buchse) und die Differenzfrequenz $\omega - \Omega$ (messbar an den Buchsen, die sonst mit dem Oszilloskop verbunden sind) gemessen werden. Mittels des $\omega/10$ -Signals sollen außerdem die Breiche $0,5\mu\text{s}/\text{DIV}$ und $1\mu\text{s}/\text{DIV}$ der Zeitablenkung des Oszilloskops geeicht werden.

2.3 Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessungen

2.3.1 Lichtgeschwindigkeit in Luft

Zunächst soll nun die Lichtgeschwindigkeit in Luft gemessen werden. Dafür wird wie oben beschrieben die zeitliche Verschiebung zwischen Sender- und Empfängersignal bei verschiedenen Abständen bestimmt. Durch lineare Regression lässt sich die Lichtgeschwindigkeit bestimmen, wobei der Zeitdehnungsfaktor, der durch die multiplikative Mischung entsteht berücksichtigt werden muss.

2.3.2 Brechzahl von Wasser

Für die Brechzahl gilt allgemein:

$$n = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Medium}}} \Rightarrow n_{\text{Wasser}} \approx \frac{c_{\text{Luft}}}{c_{\text{Wasser}}}$$

Ersetzt man nun $1m$ der Strecke d mit Wasser, so ergibt sich eine Laufzeit von

$$\Delta t' = \frac{d - 1m}{c_{\text{Luft}}} + \frac{1m}{c_{\text{Wasser}}}$$

Formt man dies um, so erhält man für die Brechzahl:

$$n_{\text{Wasser}} = \frac{\Delta t' \cdot c_{\text{Luft}} - d + 1m}{1m}$$

2.3.3 Brechzahl von Plexiglas

Ebenso soll die Brechzahl von Plexiglas aus der Laufzeitdifferenz bestimmt werden, wenn xm des Laufweges durch Plexiglas ersetzt werden.

$$n_{\text{Plex}} = \frac{\Delta t' \cdot c_{\text{Luft}} - d + x}{x}$$

2.3.4 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit mittels Lissajous-Figuren

Nun soll die Lichtgeschwindigkeit mittels des X-Y-Betriebes des Oszilloskops bestimmt werden. Trägt man Sender- und Empfängersignal gegeneinander auf so entstehen abhängig von der Phasenverschiebung verschiedene Lissajous-Figuren. Bei einer Phasenverschiebung von $n \cdot \pi$ entsteht eine Gerade und es liegt ein Gangunterschied von $\frac{2n-1}{2} \cdot \lambda$ vor. Bei bekannter Frequenz kann also die Lichtgeschwindigkeit bestimmt werden, indem man aufeinander folgende Abstände d findet für die eine Gerade vorliegt.

$$c = f \cdot \lambda = f \cdot 2\Delta d$$

2.3.5 Brechzahlbestimmung mittels Lissajous-Figuren

Auch Brechzahlen können mittels Lissajous-Figuren bestimmt werden. Dafür ersetzt man eine bestimmte Länge x des Laufweges mit dem Medium, wenn die Phasenverschiebung gerade $n \cdot \pi$ beträgt also eine Gerade auf dem Oszilloskop zu erkennen ist. Durch das Medium ändert sich diese Phasenverschiebung natürlich. Zu messen ist nun die Differenz zu der Stellung an der mit Medium eine Gerade entsteht. Die Brechzahl ergibt sich dann aus:

$$n = 1 + \frac{\Delta d}{x}$$