

Versuchsvorbereitung P1-31: Geometrische Optik

Michael Walz
Gruppe 10

9. Dezember 2007

Inhaltsverzeichnis

V	Vorwort	2
1	Brennweitenbestimmung	2
1.1	Brennweite einer dünnen Linse	2
1.2	Besselsches Verfahren	2
1.2.1	Abbildungsfehler	2
1.2.2	Besselsches Verfahren	3
1.3	Abbésches Verfahren	3
2	Aufbau optischer Instrumente	4
2.1	Fernrohre	4
2.1.1	Keplersches Fernrohr	4
2.1.2	Galileisches Fernrohr	4
2.2	Projektionsapparat	4
2.3	Mikroskop	5

V Vorwort

Bei geometrischer Optik werden Phänomene behandelt, bei denen die geometrischen Abmessungen groß gegen die Wellenlänge des Lichts sind, sodass man Beugungs- und Interferenzerscheinungen nicht beachten muss. Da die Strahlengänge sehr wichtig zum Verständnis der Aufbauten sind, befindet sich zu jedem Aufgabenteil eine Skizze der Strahlengänge im Anhang.

Die Grundgleichung der geometrische Optik ist die folgende Formel für die Brennweite f , die Gegenstandsweite g und die Bildweite b bei Verwendung von dünnen Linsen:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (1)$$

Beachtet man allerdings die übliche Vorzeichenkonvention nach DIN 1335, so erhält man¹:

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} \quad (2)$$

Für ein Linsensystem aus zwei dünnen Linsen f_1 und f_2 gilt bei Abstand d für die Gesamtbrennweite f :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \quad (3)$$

Für den Vergrößerungsfaktor erhält man (a ist der Abstand zur jeweiligen Hauptebene):

$$\text{Vergrößerung: } \beta = \frac{a'}{a} = \frac{b}{g} \quad (4)$$

1 Brennweitenbestimmung

1.1 Brennweite einer dünnen Linse

Es soll nur mit Hilfe eines Maßstabes und einer Schirms die Brennweite einer dünnen Sammellinse bestimmt werden. Dazu lässt man parallel einfallendes Licht² durch die Sammellinse auf einen Brennpunkt fokussieren. Diese Brennpunkt „sucht“ man durch Verschieben des Schirms und misst anschließend der Abstand zur Linse. Dieser Abstand ist die Brennweite.

1.2 Besselsches Verfahren

1.2.1 Abbildungsfehler

In diesem Versuchsteil sollen zwei Arten von Abbildungsfehler untersucht werden:

sphärische Apperaption: Bei sphärischen³ dicken Linsen tritt eine Abweichung für achsenferne Strahlen auf. Diese werden im Vergleich zu den achsennahen Strahlen stärker gebrochen, sodass sich eine Brennpunktverschiebung richtig Linse feststellen lässt.

chromatische Apperaption: Die meisten Materialien besitzen Wellenabhängige Brechzahlen $n(\lambda) = \sqrt{\varepsilon_r(\lambda)}$, sodass für andere Wellenlängen ein anderes Brechverhalten und damit andere Brennpunkte zu beobachten sind. Da blaues Licht stärker als rotes Licht gebrochen wird, ist der „blaue“ Brennpunkt näher an der Linse als der „rote“.

¹die gestrichenen Größen bezeichnen den Bildraum; die ungestrichenen den Gegenstandraum

²am einfachsten: Tageslicht

³also mit Kugelförmiger Oberfläche

1.2.2 Besselsches Verfahren

Beim Besselverfahren wird ausgenutzt, dass es für große (aber konstante) Abstände e

$$e = b + g \quad (5)$$

zwischen Gegenstand und Schirm, zwei Linsenstellungen⁴ gibt, für die das Bild auf dem Schirm scharf wird. Das erzeugte Bild des Gegenstandes liegt dann wirklich auf der Schirmebene. Setzt man (5) in (1) ein, so erhält man eine quadratische Gleichung in g und damit bis zu zwei Lösungen für g :

$$g_{1/2} = \frac{e}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \right) \quad (6)$$

Für $e \leq 4f$ erhält man keine oder nur eine Lösung, sodass der im folgenden benötigte Abstand $d = |g_1 - g_2|$ nicht berechnet werden kann. Berechnet man einen Ausdruck für d aus (6) und löst diesen nach der Brennweite f auf, so erhält man:

$$f = \frac{e^2 - d}{4e} = \frac{1}{4} \left(e - \frac{d^2}{e} \right) \quad (7)$$

Für große Werte von $\frac{e}{f}$ wird bei einer Stellung das Bild auf dem Schirm zu klein, um noch erkennen zu können, wann es denn wirklich scharf ist.

Um die Abberationen zu erkennen, messen wir alle vier Kombinationen aus rotem/blauen und achsennaher/achsenferner Einfall. Um die Messgenauigkeit zu erhöhen, sollen bei festem e mehrere unabhängige Messungen durchgeführt werden. Anschienend soll e noch variiert werden.

1.3 Abbésches Verfahren

Das Abbésche Verfahren dient dazu bei einem Linsensystem (oder bei dicken) Linsen die Lage der beiden Hauptebenen und die Gesamtbrennweite zu bestimmen. Im Versuch soll bei verschiedenen Linsenabständen die Brennweite und bei festem Linsenabstand der Abstand der Hauptebenen bestimmt werden.

Dazu misst man die Vergrößerung realer Bilder. Dabei tritt das Problem auf, dass man die Gegenstands- und Bildweite nicht messen kann, da die Lage der Hauptachsen nicht bekannt ist. Stattdessen misst man die Gegenstandsweite als Abstand x in Bezug auf einen frei gewählten Ursprung, dessen Abstand zur Hauptebene l beträgt.

$$x = a + l \quad (8)$$

Multipliziert man (2) mit a und nutzt (4) und (8), so erhält man:

$$\frac{1}{\beta} = 1 + \frac{x-l}{f'} = \underbrace{\frac{1}{f'}}_B \cdot x + \underbrace{1 - \frac{l}{f'}}_A \quad (9)$$

Über lineare Regression $\frac{1}{\beta} = B \cdot x + A$ kann, nun mit (9) aus der Steigung B die Brennweite und aus dem Y-Achsenabschnitt A der Abstand des gewählten Ursprungs zur Hauptebene bestimmt werden.

Diese Messung wiederholt man mit gedrehtem Linsensystem, sodass man nun der Ort der zweiten Hauptebenen bestimmt und darauf den Abstand der beiden Hauptebenen berechnen kann.

Über (3) und zwei verschiedene Linsenabstände kann man nun auf die Brennweiten der einzelnen Linsen schließen.

⁴Die Linse wird also hin und her bewegt

2 Aufbau optischer Instrumente

2.1 Fernrohre

Ein Fernrohr besteht aus zwei Linsen. Die erste Linse, die die das Licht (aus weiter Entfernung kommend) parallel einfällt nennt man Objektiv, die andere Okular. Die Brennweiten der beiden werden im folgenden f_1 und f_2 genannt. Das Objektiv ist immer eine konvexe Linse. Die Linsen sind so angeordnet, dass die Brennpunkte von Objektiv und Okular zusammenfallen⁵. Deshalb gilt für den Abstand $d = f_1 + f_2$ ⁶. Für die Vergrößerung gilt:

$$\beta = \left| \frac{f_1}{f_2} \right| \approx 6 \quad \Rightarrow \quad |f_1| \approx 6 \cdot |f_2| \quad (10)$$

2.1.1 Keplersches Fernrohr

Beim Keplerschen Fernrohr besteht das Okular aus einer konvexen Linse. Dies sorgt dafür, dass das entstehende Bild auf dem Kopf steht.

2.1.2 Galileisches Fernrohr

Beim Galileischen Fernrohr besteht das Okular aus einer konkaven Linse. Die Vergrößerung bleibt bei betragsmäßig gleichem f_2 erhalten. Allerdings steht das betrachtete Bild nun aufrecht und die Länge des Fernrohrs ist kleiner als beim Keplerschen Fernrohr.

2.2 Projektionsapparat

Nun soll ein Projektionsapparat gebaut werden, der in 1,5m eine 10-fache Vergrößerung erzeugt. Für die Beleuchtung braucht man noch eine zusätzliche Linse⁷, aber im Prinzip reicht eine einzige Sammellinse aus. Da ein Projektionsapparat im Normalfall abgeschlossen ist, bezieht sich eine Abstandsangabe im Normalfall auf die Linse, sodass $b = 1,5$ m gilt. Der Abstand vom Dia zum Schirm ist dann um g größer. Über die Vergrößerung aus (4) und die Formel für die Brennweite (1) erhält man:

$$\frac{b}{g} = 10 \quad \Rightarrow \quad g = \frac{1}{10} \cdot b = 15 \text{ cm} \quad (11)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{1,5 \text{ m}} + \frac{1}{15 \text{ cm}} \quad \Rightarrow \quad f = 13,6 \text{ cm} \quad (12)$$

Die Aufgabenstellung ist nicht sonderlich eindeutig. Sie könnte auch meinen, dass der Abstand vom Schirm zum Dia 1,5m (also $b + g = 1,5$ m) sein soll. Das würde dann heißen:

$$\frac{b}{g} = 10 \quad \Rightarrow \quad \underbrace{10g}_b + g = 1,5 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad g = 13,6 \text{ cm} \quad b = 1,364 \text{ cm} \quad (13)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{1,364 \text{ m}} + \frac{1}{13,6 \text{ cm}} \quad \Rightarrow \quad f = 12,4 \text{ cm} \quad (14)$$

⁵Natürlich jeweils nur einer der beiden Brennpunkte.

⁶Brennweiten von konkaven Linsen werden im Allgemeinen als Negativ angegeben.

⁷den s.g. Kondensator: siehe Zeichnung

2.3 Mikroskop

Ein Mikroskop besteht aus zwei Sammellinsen (wieder Objektiv und Okular genannt) mit Brennweiten f_1 und f_2 . Das zu betrachtende Objekt befindet sich etwas weiter als entfernt vom Objektiv als f_1 . Durch das Objektiv entsteht ein reelles Zwischenbild zwischen den beiden Linsen. Das Okular ist so positioniert, dass das Zwischenbild zwischen dem Brennpunkt und Hauptebene des Okulars liegt, sodass am Ende ein virtuelles Bild entsteht, das das Auge betrachtet. Allerdings soll das Zwischenbild recht nahe am Brennpunkt liegen. Für die Vergrößerung des Objektivs folgt nach (4) und (1):

$$\beta_{\text{Objektiv}} = \frac{b_1}{g_1} = \frac{b_1 - f_1}{f_1} \quad (15)$$

Für die Vergrößerung des Okulars findet man in der Literaturmappe mit der Bezugssehweite $s_0 = 25,0 \text{ cm}$:

$$\beta_{\text{Okular}} = \frac{s_0}{f_2} \quad (16)$$

Durch Multiplikation von (15) und (16) findet man mit dem Abstand t der Brennpunkte von Objektiv und Okular:

$$\beta_{\text{Gesamt}} = \frac{(b_1 - f_1) \cdot s_0}{f_1 \cdot f_2} \approx \frac{t \cdot s_0}{f_1 \cdot f_2} \quad (17)$$

Beispiel: Mit zwei Linsen der Brennweite 5 cm und 10 cm und gewünschter Vergrößerung von $\beta = 20$ ergibt sich: $t = 40 \text{ cm}$.

Laut Formel könnte man mit immer kleineren Brennweiten die Auflösung immer mehr steigern. Diesem Vorhaben sind aber Grenzen durch die Wellennatur des Lichts gesetzt. Punkte, deren Abstand kleiner als die halbe Wellenlänge des benutzten Lichts ist, können nicht mehr auseinander gehalten werden.