

# Protokoll: Lebensdauer des Positronium

Versuchstag: 29.04.2009

Kathrin Ender, Michael Walz

Gruppe 101

## Inhaltsverzeichnis

|  |          |
|--|----------|
| <b>A Grundlagen</b>                    | <b>3</b> |
| 1 Ziel des Versuches                   | 3        |
| 2 Paarvernichtung                      | 3        |
| 3 Bildung von Positronium              | 3        |
| 4 Positronium im Festkörper            | 4        |
| <b>B Experiment</b>                    | <b>6</b> |
| 5 Messprinzip                          | 6        |
| 6 Aufbau                               | 6        |
| 7 Zeiteichung                          | 6        |
| 8 Durchführung                         | 7        |
| <b>C Auswertung</b>                    | <b>8</b> |
| 9 Energiespektrum                      | 8        |
| 10 Zeiteichung                         | 8        |
| 11 Messung der Zerfallszeit            | 10       |
| 12 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit | 11       |

## Teil A

# Grundlagen

## 1 Ziel des Versuches

Das Ziel des Versuches ist es die Lebensdauer von Positronium in Materie zu bestimmen.

## 2 Paarvernichtung

Von Paarvernichtung spricht man, wenn ein Elektron und ein Positron zusammen zu einem oder mehreren  $\gamma$ -Quanten zerstrahlen. Die Einquantenzerstrahlung kann wegen Impulserhaltung nur in Materie mit einem zusätzlichen Stoßpartner erfolgen. Sie kann aber wegen des geringen Streuquerschnitts vernachlässigt werden.

Bei der Zweiquantenzerstrahlung werden die Quanten wegen Impulserhaltung genau in entgegengesetzter Richtung emittiert. Beide Quanten erhalten dann die gleiche Energie. Bei Zerfall in drei Quanten sind beliebige Winkel und Energien möglich.

Über den Drehimpulserhaltung ergibt sich eine weitere Einschränkung. Vernachlässigt man den Bahndrehimpuls, so muss im Singulettfall ( $S = 0$ ) kein Drehimpuls und im Triplettfall ( $S = 1$ ) ein Drehimpuls von  $1\hbar$  von den Photonen weggetragen werden. Da die Photonen aber den Spin  $\pm 1$  besitzen, kann der Singulettzustand nur in zwei, der Triplettzustand nur in drei Quanten zerfallen.

Bei der freien Zerstrahlung ist also der Zerfall des Triplettts sehr viel unwahrscheinlicher als der Zerfall des Singulettts. Genaue Rechnungen ergeben für die mittlere Lebensdauer in Plexiglas:

$$\text{Zweiquanten-Zerfall: } \tau_{2\gamma} \approx 0,4 \text{ ns}$$

$$\text{Dreiquanten-Zerfall: } \tau_{3\gamma} \approx 150 \text{ ns}$$

## 3 Bildung von Positronium

Zusätzlich zum freien Zerfall können Positron und Elektron noch wechselwirken, indem sie einen Bindungszustand, das sogenannte Positronium bilden. Dieser Bindungszustand ähnelt sehr stark dem Wasserstoffatom, wobei das Proton als Kern durch das Positron ersetzt ist. Beim Wasserstoffatom ist die reduzierte Masse ungefähr gleich der Elektronenmasse, während sie beim Positronium der halben Elektronenmasse entspricht. Deshalb entspricht die Bindungsenergie des Positronium ungefähr der halben Bindungsenergie des Wasserstoffatoms und beträgt  $U_B = 6,8 \text{ eV}$ .

Damit es zur Bildung von Positronium in Materie kommen kann, muss die Energie des Positrons in einem bestimmten Energiebereich liegen. Das energiereiche Positron muss zunächst durch überwiegend inelastische Stöße mit den Elektronen abgebremst werden, bevor es wechselwirken kann. Diese Abbremsung geht im Festkörper sehr schnell (ca.  $10^{-12} \text{ s}$ ) Es darf maximal die Energie  $E_{max} = E_a$  haben, wobei  $E_a$  die niedrigste Anregungsenergie des Atoms ist. Es muss jedoch genug Energie vorhanden sein um ein Elektron vom Atom zu lösen, wobei auch zu beachten ist, dass durch die Bildung des Positroniums die Bindungsenergie frei wird. Die Größe des Energiebereiches  $\Delta E$ , in dem Positroniumsbildung möglich ist nennt man Ore-Gap:

$$\Delta E = E_{max} - E_{min} = E_a - V + 6,8 \text{ eV}$$

Wobei  $V$  die Ionisierungsenergie ist.

Ebenso wie beim freien Zerfall bereits behandelt, kann es auch im Positronium zwei Spin-zustände geben. Den Singulettzustand nennt man Parapositronium und den Triplettzustand Orthopositronium. Auch die mittlere Lebensdauern von Para- und Orthopositronium lassen sich berechnen. Für die mittlere Lebensdauer in Gasen erhält man:

$$\tau_{\text{ortho}} = 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ s} \quad \tau_{\text{para}} = 1,25 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

Orthopositronium hat also eine längere mittlere Lebensdauer als Parapositronium.

## 4 Positronium im Festkörper

Untersucht man Positronium im Festkörper so erhält man drei Komponenten mit unterschiedlichen mittleren Lebensdauern. Die drei Beiträge sind:

- Orthopositronium: Die langlebige Komponente (2-4ns) entsteht durch den Zerfall des Orthopositroniums. Die Intensität dieser Komponente trägt etwa 10-30% zur gesamten bei
- freier Zerfall: Der freie Zerfall trägt etwa 60-80% bei. Die mittlere Lebensdauer beträgt ca 0,5ns.
- Parapositronium: Die kurzlebigste Komponente (0,12ns) kommt vom Parapositronium. Sie liefert etwa 10% der Gesamtintensität.

Die mittleren Lebensdauern des Parapositroniums und beim freien Zerfall liegen so nah beieinander, dass sie (in unserem Versuch) nicht aufgelöst werden können. Daher erwarten wir ein Spektrum der Form:

$$N(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} + C$$

Wobei  $A$  und  $B$  die Intensitäten der kurzen-<sup>1</sup> und der langlebigen Komponente<sup>2</sup> widerspiegeln. Während  $\tau_1$  und  $\tau_2$  für deren mittlere Lebensdauer stehen. Die Konstante  $C$  berücksichtigt die unvermeidbaren zufälligen Koinzidenzen.

Betrachtet man die mittleren Lebensdauern für Ortho- und Parapositronium im Festkörper, so fällt auf, dass die mittlere Lebensdauer für Parapositronium in Gasen und im Festkörper quasi gleich ist, während die mittlere Lebensdauer von Orthopositronium im Festkörper deutlich unter der in Gasen liegt. Die kürzere mittlere Lebensdauer des Orthopositroniums in Festkörpern lässt sich durch zwei Prozesse erklären: Pick-Off-Prozesse und Konversion. Die sogenannten Pick-Off-Prozesse werden durch Wechselwirkung des Positroniums mit den Elektronen im Festkörper oder mit dem innermolekularen Magnetfeldern ermöglicht. Durch diese Wechselwirkung ist es auch dem Orthopositronium (Triplettzustand) möglich in zwei  $\gamma$ -Quanten zu zerstrahlen, da der Wechselwirkungspartner für Impuls- und Drehimpulserhaltung sorgen kann. Das Spektrum der so emittierten Quanten ist kontinuierlich bis zu einer maximal Energie von 511 keV. Bei der sogenannten Konversion kommt es zum Elektronenaustausch zwischen Positronium und der Materie. Dadurch wird eine Umwandlung von Ortho- in Parapositronium und umgekehrt ermöglicht. Die Konversionswahrscheinlichkeit ist zwar für beide Richtungen gleich, da sie allerdings unter der Zerfallswahrscheinlichkeit des Parapositroniums und über der des Orthopositroniums liegt, wird durch die Konversion mehr Orthopositronium vernichtet als entsteht. Aufgrund der Drehimpulserhaltung wird bei der

<sup>1</sup>zusammengesetzt aus den Beiträgen des Parapositroniums und des freien Zerfalls

<sup>2</sup>Orthopositronium

Konversion ein  $\gamma$ -Quant mit der Energie 511 keV ausgestandt. Die mittlere Lebensdauer von Orthopositronium im Festkörper  $\tau_{\text{ortho}}$  ist:

$$\frac{1}{\tau_{\text{ortho}}} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_P} + \frac{1}{\tau_K}$$

Wobei  $\tau_0$  die ungestörte mittlere Lebensdauer ist und  $\tau_P$  und  $\tau_K$  die Stärke der Pick-Off- bzw. Konversionsprozesse wiedergeben.

## Teil B

# Experiment

## 5 Messprinzip

Ziel des Versuches ist die Messung der mittleren Lebensdauer des Positronium. Es sind also Ereignisse notwendig, die gleichzeitig mit der Entstehung bzw. des Zerfalles des Positroniums ablaufen, und die mit Hilfe eines Detektors registriert werden können. Wie oben ausgeführt, treten aufgrund der Querschnitte in Materie fast nur Zwei-Quanten-Zerfälle auf. Die Quanten besitzen dann eine Maximalenergie von 511 keV; Teile der Energie können an andere Stoßpartner abgegeben worden sein. Zur Feststellung des Zerfallszeitpunktes genügt also die Messung eines Quants mit Energie  $E \leq 511$  keV.

Um die Entstehung des Positroniums festzustellen, verwendet man ein  $^{22}\text{Na}$ -Präparat. Der Vorteil ist, dass beim  $\beta^+$ -Zerfall, also bei Aussendung eines Positrons, ebenfalls ein  $\gamma$ -Quant der Energie 1,27 MeV ausgesandt wird<sup>3</sup> Dieses Quant kennzeichnet die eventuelle Entstehung des Positroniums, da die Abbremszeit des Positrons mit ca.  $10^{-12}$  s vernachlässigt werden kann.

## 6 Aufbau

Nebenan ist der Aufbau der Messapparatur schematisch dargestellt. Zum Starten wird (wie oben erläutert) ein  $\gamma$ -Quant der Energie 1,27 MeV benutzt. Der Energie-Diskriminator ist entsprechend einzustellen. Zum Stoppen wäre es ideal, wenn man nur Energien kleiner oder gleich 511 keV nutzen würde. Aus Messtechnischen Gründen ist dies nicht ohne weiteres Möglich, weswegen mit dem gesamten Spektrum gestoppt wird.

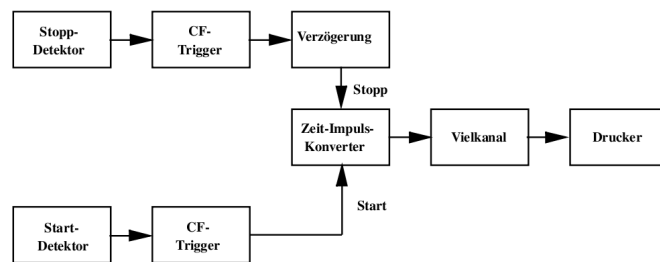


Fig.6-8. Zeitmessung

Quelle: Einführung in das Kernphysikalische Praktikum von F. K. Schmidt

Da eine zeitliche Differenz von 0 vom TAC<sup>4</sup> in einen Impuls der Höhe 0 umgewandelt würde, ist vor dem Stoppsignal eine feste Verzögerung notwendig. Im Versuch sollen 2ns-Verzögerung verwendet werden. Über die Verzögerungseinheit ist auch die Zeiteichung möglich (vgl. 7).

## 7 Zeiteichung

Zur Eichung wird das Verzögerungsmodul des TAC verwendet. Dazu wird werden zwei physikalisch gleichzeitige Signale (z.B. aus dem Zerfall von  $^{60}\text{Co}$ ) als Start- und Stoppsignal

<sup>3</sup>Genau genommen wird geht beim  $\beta^+$ -Zerfall  $^{22}\text{Na}$  in ein angeregtes  $^{22}\text{Ne}$  über, das nach ca.  $10^{-13}$  s besagtes  $\gamma$ -Quant aussendet und in den Grundzustand übergeht. Diese Zeitspanne wird bei der Messung vernachlässigt.

<sup>4</sup>Time to Amplitude Converter; Zeit-Impuls-Wandler

verwendet. Im Impulshöhenspektrum ist dann genau eine Gaußkurve, die s.g. Promptkurve zu sehen. Die Kurve gehört zu physikalisch gleichzeitigen, durch die Verzögerungseinheit aber verspätet eintreffenden Ereignissen. Über verschiedene Verzögerungszeiten können nun den Impulskanälen die entsprechenden Zeiten zugeordnet werden.

Im Versuch wählt man am Besten die Vernichtungsstrahlung von  $^{22}\text{Na}$ . Dazu müssen die beiden Detektoren unter einem Winkel von  $180^\circ$  angebracht werden, da beim Zwei-Quanten-Zerfall wegen Impulserhaltung die beiden Quanten mit einer Energie von ca. 511 MeV den Strahler entgegengesetzt verlassen.

Natürlich muss der Start-Detektor auch so eingestellt werden, dass die den Quanten auch registriert. Im späteren Versuch soll er ja erst ab 1,27 MeV anschlagen.

## 8 Durchführung

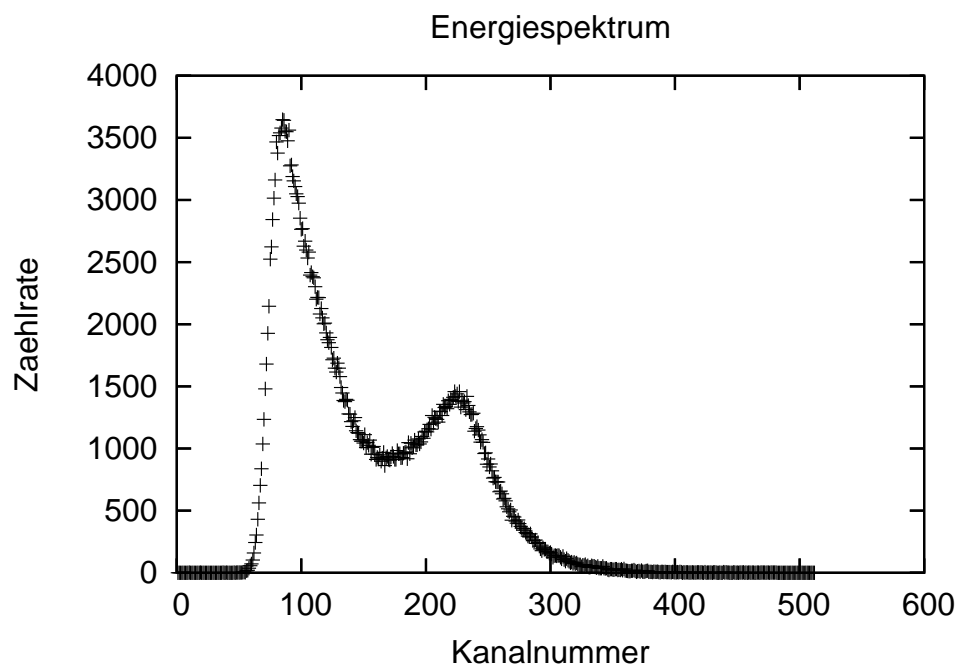
1. Zuerst wurde eine Zeiteichung des TAC durchgeführt. Dabei wurde darauf geachtet, dass auch die Signale der Quelle vom Detektor registriert wurden.
2. Anschließend wurde ein Aufnahme des Energiespektrums der  $^{22}\text{Na}$ -Quelle angefertigt. Dazu wurde der Energie-Diskriminator des Start-Detektors so eingestellt, dass er nur auf Quanten ab 1,27 MeV reagierte.
3. Zum Schluss wurde Messungen zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit durchgeführt. Dazu stellten wir den Stopp-Detektor in mehreren festen Abständen von der Quelle auf und maßen das Spektrum. Über die verschobenen Kurven sollte es möglich sein, die Lichtgeschwindigkeit zu bestimmen.

## Teil C

# Auswertung

## 9 Energiespektrum

Zunächst nahmen wir das Energiespektrum des Na-22 auf. Im Spektrum sind deutlich die beiden erwarteten Peaks zu erkennen. Der erste Peak ist bei einer Energie von 511keV und entsteht beim Zerstrahlen des Positroniums. Der zweite Peak liegt bei einer Energie von 1,275MeV und kommt dadurch zustande, dass direkt nach dem  $\beta^+$ -Zerfall des Natriums in Neon, das angeregte Neon in den Grundzustand zurückgeht unter Aussendung eines Photons der Energie 1,275MeV.

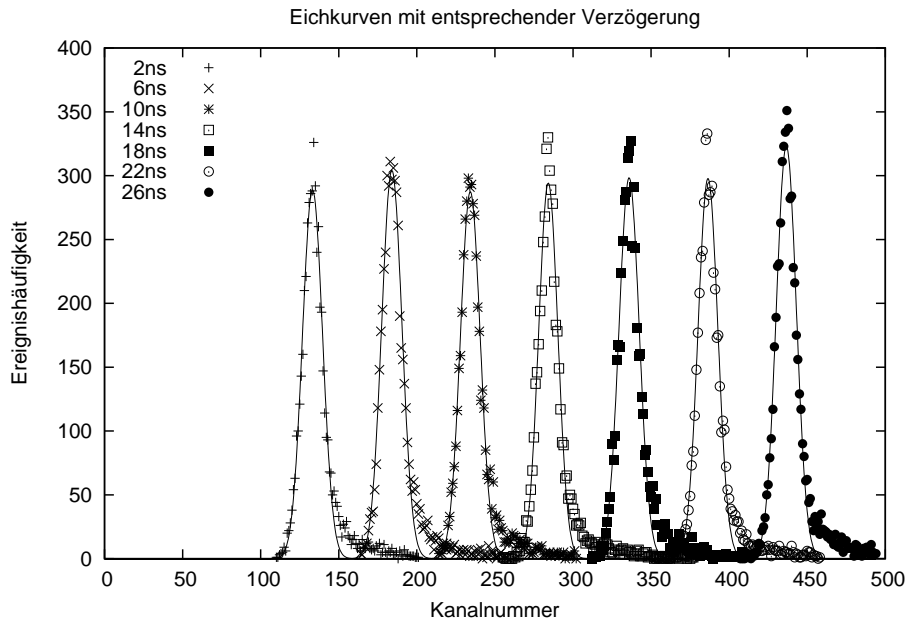


## 10 Zeiteichung

Wir maßen mit den Zeitverzögerungen 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26 ns jeweils eine Promptkurve (vgl. 7). An jede Promptkurve wurde eine Gaußkurve der Form

$$f(x) = \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_m}{\sigma}\right)^2\right)$$

gefitet. Dabei bezeichnet  $A$  die uninteressante Amplitude.  $x_m$  den Mittelwert der Promptkurve und  $\sigma$  die Breite der Gaußkurve und damit den statistischen Fehler des Mittelwerts.



Die Fehler die durch die Regression entstanden werden im folgenden vernachlässigt. Sie liegen für alle Gaußkurven im Bereich von

$$\frac{\Delta A}{A} < 2\% \quad \frac{\Delta x_m}{x_m} < 0,1\% \quad \frac{\Delta \sigma}{\sigma} < 2\%$$

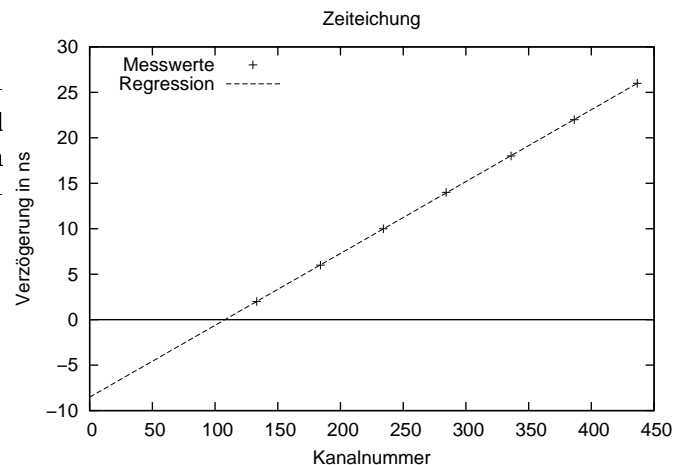
| Verzögerung | $A$  | $x_m$ | $\sigma$ |
|-------------|------|-------|----------|
| 2 ns        | 4660 | 133,2 | 6,4      |
| 6 ns        | 4940 | 184,0 | 6,5      |
| 10 ns       | 4570 | 234,2 | 6,3      |
| 14 ns       | 4530 | 284,2 | 6,2      |
| 18 ns       | 4850 | 336,0 | 6,5      |
| 22 ns       | 4730 | 386,4 | 6,3      |
| 26 ns       | 5210 | 436,6 | 6,4      |

Stattdessen wird für den Mittelwert  $x_m$  die Breite  $\sigma$  als statistischer Fehler angenommen. Es ergibt sich damit eine Zeitaufösung von  $\bar{\sigma} = 6,4$  Kanälen. Diese Mittelung ergibt Sinn, da die Auflösung für größere Verzögerungen nicht ansteigt, sondern davon unabhängig ist.

Trägt man die Mittelwerte gegen die Zeitverzögerung auf und berechnet die lineare Regression  $t(k) = A \cdot k + B$ <sup>5</sup> (rechtes Schaubild) so erhält:

$$A = (79,1 \pm 0,1) \text{ ps}$$

$$B = (-8,52 \pm 0,04) \text{ ns}$$



Die Zeitungenauigkeit aus  $\bar{\sigma} = 6,4$  ergibt sich damit zu

$$\Delta t = 6,4 \cdot 79,1 \text{ ps} = 0,51 \text{ ns}$$

Die im Vergleich dazu verschwindend kleinen Fehler aus der Regression können vernachlässigt werden.

Insgesamt ergibt die Zeiteichung also eine Umrechnung von Kanalnummer  $k$  zu Zeitspanne  $t$  von:

$$t(k) = [0,0791 \cdot k - 8,52] \text{ ns}$$

## 11 Messung der Zerfallszeit

Um die mittlere Lebensdauer der langlebigen und der kurzlebigen Komponente des Positroniums zu bestimmen, haben wir die Zerfallsrate des Positroniums bei einer Verzögerung von 2ns gemessen. Da wir in der Zeiteichung bestimmt haben, dass bei einer Verzögerung von 2ns alle Kanäle, die kleiner als 134 sind negativen Zeiten entsprechen, schnitten wir diese Wert ab. An die restlichen Messwerte fitteten wir die folgende Kurve:

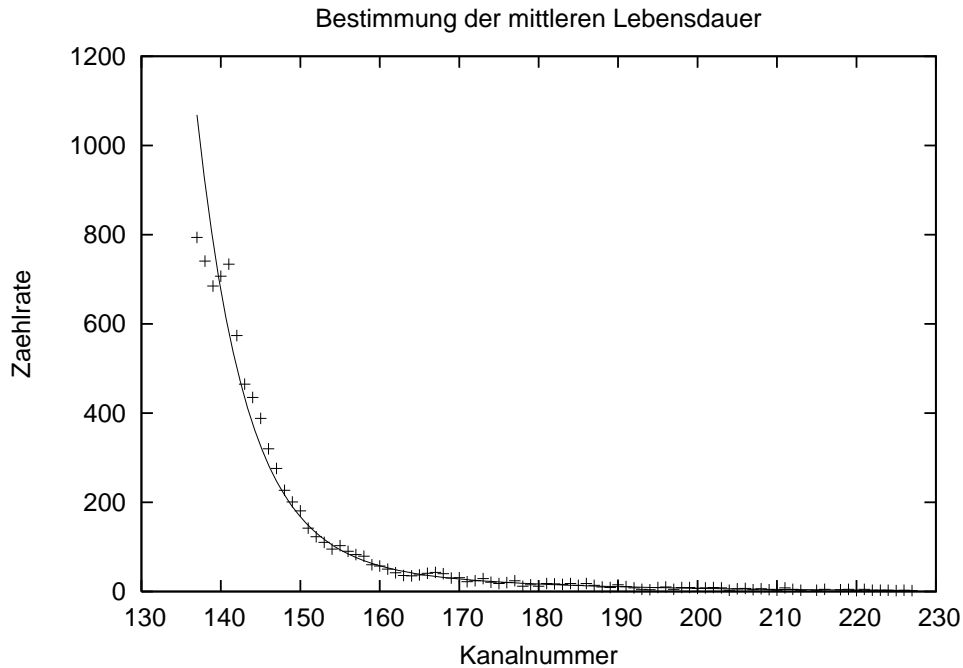
$$N(t) = A \cdot \exp(-t/\tau_1) + B \cdot \exp(-t/\tau_2) + C$$

Da Gnuplot nicht in der Lage war den Fit direkt auszuführen, teilten wir den Fit selbständig in mehrere Regressionen ein. Der Parameter  $C$  ist einfach zu bestimmen, wenn man die Hintergrundstrahlung betrachtet, welche bei großen Zeiten zu erkennen ist. In unserem Fall ergibt sich  $C = 0$ . Um nun die mittlere Lebensdauer der langlebigen Komponente zu bestimmen nutzen wir aus, dass bei ausreichend großen Zeiten der Beitrag der kurzlebigen Komponente bereits abgeklungen ist. In unserem Fall war das ungefähr ab einer Kanalnummer von 170. Trägt man die Zahlrate für die Kanalnummern logarithmisch auf und führt eine Regression durch, so erhält man aus der Steigung der Regression die mittlere Lebensdauer der langlebigen Komponente  $\tau_2$  und aus dem y-Achsenabschnitt den Vorfaktor  $B$ . Sind diese Parameter bekannt, so kann man den Beitrag der langlebigen Komponente von der Zahlrate abziehen. Trägt man dies nun logarithmisch auf und führt einen Fit die Kanalnummer kleiner als 170 durch, so erhält man die Parameter für die kurzlebige Komponente ( $\tau_1$  und  $A$ ).

Aus den Fits erhielten wir die folgenden Werte:

- $A = (7,065 \pm 8,03) \cdot 10^{12}$      relativer Fehler 114%
- $\tau_1 = (6,03 \pm 0,27)\text{Kanäle}$      relativer Fehler 4,5%
- $B = (2,4 \pm 1,2) \cdot 10^4$      relativer Fehler 49%
- $\tau_2 = (24,64 \pm 1,5)\text{Kanäle}$      relativer Fehler 6,1%

Es ist eindeutig, dass die Vorfaktoren sehr schwer zu bestimmen sind, bzw. einen sehr hohen Fehler aufweisen. Wir sind allerdings nur an den Lebensdauern interessiert und diese sind nur mit Fehlern von 4,5% und 6,1% behaftet. Das der Fit trotz der großen Unsicherheiten in  $A$  und  $B$  zu passen scheint, ist im Graphen gut zu erkennen.



Mit Hilfe des Umrechnungsfaktors, den wir bereits durch die Zeiteichung bestimmt haben, können wir nun die mittlere Lebensdauer in ns umrechnen. Der erste angegebene Fehler ist der statistische den wir aus der Regression erhalten haben. Der zweite Fehler ist ein systematischer, da wir nur eine Auflösung von einem halben Kanal haben, was  $0,04\text{ns}$  entspricht.

- **langlebige Komponente:**  $\tau_2 = (1,95 \pm 0,12 \pm 0,04)\text{ns}$

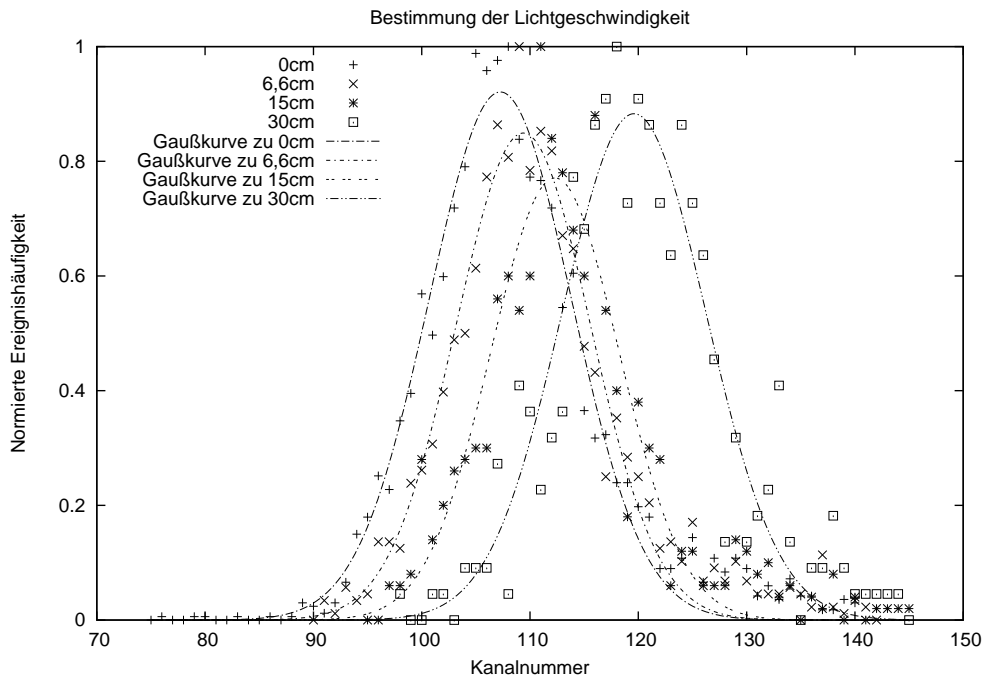
Die langlebige Komponente ist der Beitrag des Zerfall des Orthopositroniums. Daher hatten wir eine mittlere Lebensdauer von  $2\text{-}4\text{ns}$  erwartet. Im Rahmen unsere Messgenauigkeit wurde dieses Ergebnis also bestätigt.

- **kurzlebige Komponente:**  $\tau_1 = (0,477 \pm 0,021 \pm 0,04)\text{ns}$

Die kurzlebige Komponente setzt sich zusammen aus den Beiträgen des freien Zerfalls und des Parapositroniumzerfalls, da sich diese beiden Prozesse nicht mehr auflösen lassen. Der freie Zerfall hat eine mittlere Lebensdauer von  $0,5\text{ns}$ . Die mittlere Lebensdauer von Parapositronium beträgt  $0,12\text{ns}$ . Daher scheint unser Wert für  $\tau_1$  plausibel.

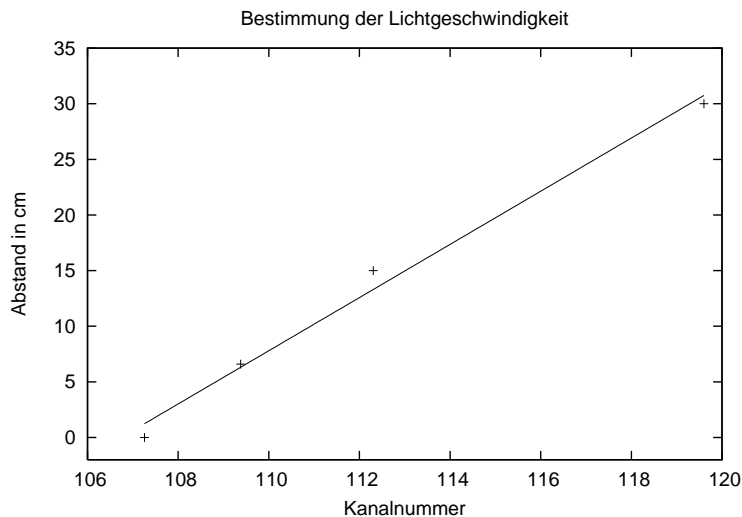
## 12 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

Um die Lichtgeschwindigkeit zu bestimmen nahmen wir die Zahlrate bei verschiedenen Detektorabständen auf. An die Kurven kann wie bei der Zeiteichung eine Gaußkurve gefittet werden. Da wir aus der Zeiteichung wissen, wie wir aus einer Verschiebung des Mittelwertes  $x_0$  der Gaußkurve auf die längere Signallaufzeit schließen, können wir so die Lichtgeschwindigkeit bestimmen. Wir führten die Messung für die Abstände  $d = 0\text{ cm}$ ,  $d = 6,6\text{ cm}$ ,  $d = 15\text{ cm}$  und  $d = 30\text{ cm}$  durch. Was sofort auffiel war, dass die Zahlrate bei größeren Abständen drastisch einbrach, so dass wir die Messzeit erhöhen mussten um aussagekräftige Kurven zu erhalten. Wir erhielten folgende Kurven und Fitparameter:



| $d$    | $x_0$                   | $\sigma$   |
|--------|-------------------------|------------|
| 0 cm   | Kanal $107,26 \pm 0,16$ | 6,6 Kanäle |
| 6,6 cm | Kanal $109,38 \pm 0,18$ | 6,2 Kanäle |
| 15 cm  | Kanal $112,30 \pm 0,30$ | 5,9 Kanäle |
| 30 cm  | Kanal $119,60 \pm 0,34$ | 6,7 Kanäle |

Die Steigung der Regressionsgeraden entspricht der Lichtgeschwindigkeit.



Aus dem Fit erhalten wir:

$$c = (2,39012 \pm 0,1704) \frac{\text{cm}}{\text{Kanal}}$$

$$\Rightarrow c = (3,022 \pm 0,23) \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dieses Ergebnis liegt nahe am erwarteten Literaturwert  $c = 2,998 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ist jedoch bereits mit einem statistischen Fehler von 7% behaftet. Systematische Fehler, wie Fehler in der Abstandseinstellung oder der Zeiteichung wurden noch nicht beachtet.