

Protokoll: Halbleiterspektroskopie

Versuchstag: 29.10.2008

Kathrin Ender, Michael Walz

Gruppe

Inhaltsverzeichnis

A Grundlagen	3
1 Transmission und Absorption	3
2 Fabry-Perot-Interferenz	3
3 Halbleiter und das Bändermodell	4
4 Effektive Masse	4
5 Exzitonen	5
6 Quantentrog	5
7 Quantenpunkt	6
8 Zustandsdichte	6
B Experiment	7
9 Aufbau	7
10 Messverfahren	7
11 Messung an den CdS/CdSe-Kolloide	7
12 Messung des CdS-Kristalls	7
13 Messung am 60-fachen Multiple Quantum Well	7
14 Messung von Cu ₂ O-Kristallen	8
C Auswertung	9
15 Zur Auswertung	9
16 Umrechnung von Wellenlängen in Energien	9
17 Berechnung der Größe der CdS/CdSe-Kolloiden	9
18 Bestimmung der Schichtdicke des CdS-Kristalls	10
19 Bestimmung der Dicke der GaAs-Quantenfilme	11
20 Exzitonenserie	12
21 Fehlerbetrachtung	13

Teil A

Grundlagen

Ziel dieses Versuches ist es, sich mit der Halbleiterspektroskopie zu befassen. Aus aufgenommenen Transmissions- und Absorptionsspektren sollen zum Beispiel Schichtdicken, Größen von Kolloiden und die Energiebandlücke von Halbleitern bestimmt werden. Um zu verstehen, wie sich diese Eigenschaften der Halbleiter in den Spektren bemerkbar machen, müssen zunächst einige theoretische Grundlagen erklärt werden.

1 Transmission und Absorption

Trifft eine Welle auf ein Medium, so treten je nach Eigenschaften des Mediums Absorption, Transmission und Reflektion auf. Der Transmissionsgrad ist definiert als der Quotient aus der transmittierten Intensität und der einfallenden Intensität.

$$\text{Transmissionsgrad} \quad T = \frac{I_{\text{trans}}}{I_0}$$

Dringt elektromagnetische Strahlung in einen Festkörper ein und wird absorbiert, so hängt die Abnahme der Intensität mit der Eindringtiefe zusammen.

$$I(x) \propto \exp(-\alpha \cdot x) \quad \text{mit Absorptionskoeffizient } \alpha$$

Da Halbleiter eine Bandstruktur aufweisen und sich zwischen dem Valenzband und dem Leitungsband eine Energielücke befindet, ist zu erwarten, dass bei niedrigen Energien (also großen Wellenlängen) zunächst keine Absorption auftritt, da die Energie der Photonen nicht ausreicht, um die Elektronen aus dem Valenzband über die Energielücke hinweg ins Leitungsband anzuregen. Erst wenn die Energie der Photonen größer als die Bandlücke ist, dürfte Absorption auftreten. Aus der Lage der sogenannten Absorptionskante, an der schlagartig Absorption auftritt, lässt sich also die Energielücke bestimmen. Es kann jedoch auch schon Absorption unterhalb der Grenzenergie auftreten, da es zu indirekten Übergängen kommen kann, wenn ein Photon ein sogenanntes Exziton anregt. Exzitonen sind sogenannte Quasiteilchen aus Elektron und Loch und werden in Abschnitt 5 genauer erläutert.

2 Fabry-Perot-Interferenz

Die Fabry-Perot-Interferenz kann man sich zur Schichtdickenbestimmung einer sehr dünnen Schicht zu Nutze machen. Die dünne Schicht wirkt dann nämlich wie ein Fabry-Perot-Resonator, bei dem es zu Vielstrahlinterferenz kommt. Es kommt zu konstruktiver Interferenz hinter der dünnen Schicht, wenn die optische Dicke der Schicht einem Vielfachen der halben Wellenlänge entspricht. Es werden also nur bestimmte Wellenlängen durchgelassen, während es bei allen anderen zu destruktiver Interferenz kommt. Für die Extrema im Transmissionspektrum gilt (gemäß Ref. 1):

$$2nd = \left(m + \frac{l}{2}\right) \cdot \lambda \quad \text{mit } l = 0, 1, \dots \quad m = \text{const.}$$

$$l = 4d \cdot \left(\frac{n(\lambda)}{\lambda}\right) - 2 \cdot m$$

Trägt man also die Nummerierung der Extrema über dem Quotienten aus Brechzahl und Wellenlänge auf, so entspricht die Schichtdicke einem Viertel der Steigung.

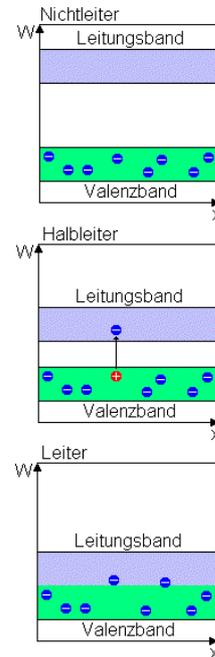
3 Halbleiter und das Bändermodell

Um die Leitfähigkeit von Halbleitern erklären zu können muss man auf das sogenannte Bändermodell zurückgreifen. Betrachtet man nur ein einzelnes Atom, so kann diesem quantenmechanisch ein Energiespektrum mit diskreten Niveaus zugeordnet werden. Halbleiter sind jedoch Kristalle, bestehen also aus vielen in einer periodischen Struktur angeordneten Atomen. Durch die Wechselwirkung zwischen diesen Atomen werden die diskreten Energieniveaus der einzelnen Atome aufgespalten. Dadurch liegen die diskreten Energieniveaus so nah beieinander, dass sie zu einem kontinuierlichen Energieband „verschmieren“.

Es gibt das sogenannte Valenzband, welches bei $T = 0\text{ K}$ das höchste voll besetzte ist und das Leitungsband, welches das nächste drüber liegende ist. Im Gegensatz zu Leitern gibt es bei Halbleiter und Isolatoren eine Energielücke zwischen Valenzband und Leitungsband. Bei Isolatoren ist diese Lücke so groß, dass es die Elektronen aus dem Valenzband nicht ins Leitungsband angeregt werden können. Und da volle und leere Bänder beide nicht zum Ladungstransport beitragen leiten solche Materialien nicht.

Die Energielücke bei Halbleitern liegt bei etwa $0 < E_g < 4\text{ eV}$ und die Elektronen können durch die Absorption von Photonen in das Leitungsband angeregt werden, womit das Material leitend wird. Im Valenzband bleibt dann ein sogenanntes Loch zurück. Im Prinzip handelt es sich dabei um ein Quasiteilchen, das man betrachtet, da sich die Bewegung dieses einen Loches einfacher beschreiben lässt als die der vielen Elektronen drumherum. Das Loch hat im Vergleich zum Elektron entgegengesetzten Spin, Wellenvektor und Ladung.

Durch Spin-Bahn-Wechselwirkung kann es in kubischen Halbleitern noch zu einer Aufspaltung des Valenzbandes in zwei Subbänder kommen: das sogenannte schwere (hh) und leichte Lochband (lh). Die Namensgebung hängt mit der effektiven Masse (siehe 4) der Löcher in den entsprechenden Bändern zusammen.



Quelle:
de.wikipedia.org
Artikel:
Bändermodell

4 Effektive Masse

Die Elektronen und Löcher werden unter anderem durch ihre effektive Masse charakterisiert. Diese effektive Masse kann mit Hilfe der Transporteigenschaften bestimmt werden. Die einzelnen Teilchen stellen auch eine Welle dar. Mehrere können zu einem Wellenpaket mit der Gruppengeschwindigkeit v_g überlagert werden. Die effektive Masse lässt sich nun aus der Kraft bestimmen, die notwendig ist, um eine bestimmte Beschleunigung $a = \frac{\partial v_g}{\partial t}$ zu erreichen.

$$\frac{1}{m} = \frac{a}{F} = \frac{\partial v_g}{\partial t} \cdot \frac{\partial t}{\partial \hbar k} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial k^2}$$

5 Exzitonen

Zusätzlich zu den in Abbildung a) gezeichneten diskreten Energiezuständen im Leitungs- (CB¹) und Valenzband (VB) gibt es Exzitonen, die das Energiespektrum deutlich verändern. Exzitonen sind dem Wasserstoffatom ähnliche Quasiteilchen, die aus einem Elektron und einem Loch, also einem fehlenden Elektron, bestehen.

Ebenso wie beim Wasserstoffatom kommt es durch die Bindung zu einer Energieabsenkung, die über die Quantenzahl $n_B = 1, \dots, \infty$ beschrieben werden kann.

Die Energie des Exzitons ist dann:

$$E_x = E_g - \underbrace{13,6 \text{ eV}}_{\text{Rydberg-Konstante}} \cdot \frac{\mu}{m_0 \varepsilon^2} \cdot \frac{1}{n_B^2} + \underbrace{\frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2(m_e + m_h)}}_{E_{\text{kin}}}$$

Dabei wird durch die Dielektrizitätszahl ε die Polarisation des Mediums beschrieben. μ bezeichnet die reduzierte Masse aus den effektiven Elektronen und Lochmassen m_e und m_h . m_0 ist die reduzierte Masse des Wasserstoffproblems (für das die Rydberg-Konstante gilt); wie schon aus der Benennung ersichtlich ist, wird sie im Normalfall durch die Elektronenmasse angenähert.

Durch die Exzitonen ist es nun möglich, dass der Festkörper auch Photonen absorbiert, deren Energie nicht ausreicht, um ein Elektron vom Valenz in das Leitungsband zu heben. Stattdessen wird ein Exziton erzeugt, dessen Energie (für $n_B = 1$) etwas unterhalb des Leitungsbandes liegt. Überhalb der diskreten Leitungsbandenergie bildet sich ein Kontinuum aus, da die kinetische Energie des Exzitons quasikontinuierlich ist.

6 Quantentrog

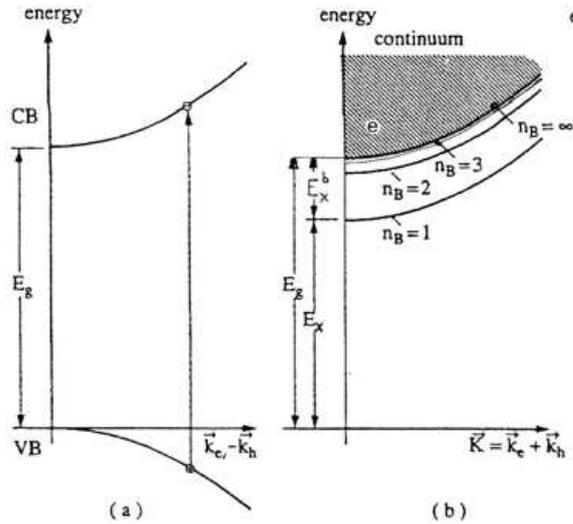
Bei einem Quantentrog (quantum well) wird die Bewegung eines Teilchens auf 2 Dimensionen beschränkt. Dies lässt sich realisieren, indem man eine dünne Ebene eines Stoffes mit kleiner Bandlücke von beiden Seiten mit einem Stoff mit großer Bandlücke einschließt. Dadurch ist ein Teilchen, das in der dünnen Schicht gerade das Leitungsband erreicht hat, energetisch nicht in der Lage in den Stoff mit großer Bandlücke einzudringen². Die Energie eines solchen Teilchens ist dann bezüglich der z-Richtung quantisiert:

$$E(k_x, k_y, n_z) = \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2)}{2m} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml_z^2} \cdot n_z^2$$

Dabei bezeichnet l_z die Breite des unendlich hohen Potentialtopfes. Im Versuch untersuchen wir einen Multiple Quantum Well, den man erhält wenn man die abwechselnde Schichtung von Materialien mit großer und kleiner Bandlücke fortführt. Wenn die Schicht mit der

¹CB = Conduction band

²Dies gilt exakt natürlich nur für unendlich hohe Potentialwände. Bei endlich hohen Wänden können die Teilchen natürlich quantenmechanisch in den Stoff mit großer Bandlücke eindringen und evtl. hindurchtunneln. Im Folgenden wird mit der Näherung unendlich hoher Potentialtöpfe gearbeitet.



großen Bandlücke ausreichend dick ist, beeinflussen sich die einzelnen Quantentröge im Viel-fachquantentrog allerdings fast nicht.

7 Quantenpunkt

Dieses Spiel kann man weiterführen und so ein Teilchen in einem dreidimensionalen Potentialtopf einsperren. Dessen Energie für einen quaderförmigen Potentialtopf ist dann:

$$E(n_x, n_y, n_z) = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml_x^2} \cdot n_x^2 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml_y^2} \cdot n_y^2 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml_z^2} \cdot n_z^2$$

Für die Grundzustandsenergie ($n = 1, l = m = 0$) eines sphärischen symmetrischen Quantenpunktes mit Radius R ergibt sich dann:

$$E_{\text{Grund}}(n, l, m) = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mR^2}$$

Im Versuch tauchen die Quantenpunkte als Kolloiden in einem Glasstab auf, deren Größe bestimmt werden soll.

8 Zustanddichte

Die Zustanddichten $N(k)$ bzw. $D(E)$ geben an, wieviele Zustände in einem Volumen V pro k -Intervall bzw. Energieintervall zu finden sind. Für die Gesamtanzahl Z der Zustände in einem bestimmten Intervall gilt dann:

$$Z = \int_{k_1}^{k_2} N(k) dk \quad \text{bzw.} \quad Z = \int_{E_1}^{E_2} D(E) dE$$

Wie auch aus Theorie F bekannt, ergibt sich für die Zustandsdichte im d -dimensionalen Raum für Teilchen mit quadratischer Dispersion (also $E \propto k^2$):

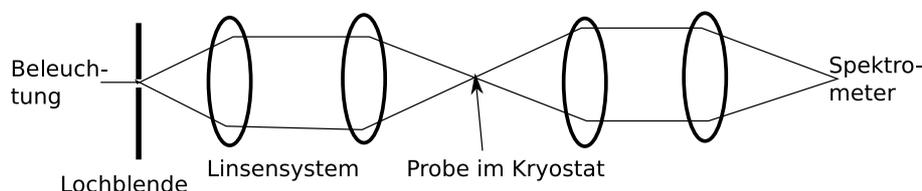
$$N(k) \propto k^{d-1} \quad \text{und} \quad D(E) = E^{\frac{d}{2}-1}$$

Daraus folgt, dass die Übergänge in 3 Dimensionen wegen der Wurzelabhängigkeit keine scharfen Kanten sind, während man in 2 Dimensionen eine Treppenfunktion erwarten kann.

Teil B

Experiment

9 Aufbau



Der Aufbau besteht im wesentlichen aus einem Linsensystem, das (wie in der Skizze gezeigt) das Licht der Lampe auf die Probe fokussiert und anschließend dafür sorgt, dass die transmittierten Strahlen im Spektrometer fokussiert werden. Die Proben sind fest im Kryostaten eingeschlossen und können über eine Schraube zur Höhenverstellung in oder aus dem Strahlengang gefahren werden. Der Hauptzweck des Kryostaten besteht darin, dass man im zweiten Versuchsteil die Proben durch flüssigen Stickstoff auf 77K herunterkühlen kann.

10 Messverfahren

Das Spektrum des transmittierten Lichtstrahls wurde vom Spektrometer gemessen und am Computer ausgegeben. Dabei haben wir immer zuerst ein Dunkel- und ein Referenzspektrum aufgenommen. Anschließend rechnet die Software bereits das Streulicht (über das Dunkel-spektrum) und die frequenz-abhängige Emissionsstärke der Quelle heraus.

11 Messung an den CdS/CdSe-Kolloide

Zuerst untersuchten wir die Probe 1 (Kolloide im Glasstab). Wir maßen die Transmissionspektrum der Probe an den beiden Stellen, an denen die Absorptionskanten möglichst weit in den roten bzw. blauen Wellenlängenbereich verschoben waren und drucken die erhaltenen Spektren aus.

12 Messung des CdS-Kristalls

Im zweiten Teil wurde das Transmissionspektrum des CdS-Kristalls (Probe 4) bei Raumtemperatur von 450 nm bis 800 nm vermessen. Dabei verwendeten wir zwei unterschiedliche Polarisationen, die wir durch einen Polarisator im Strahlengang erreichten. Da der Polarisator auch Licht absorbiert, wurde vor der Messung ein neues Referenzspektrum aufgenommen. Für die erste Messung wurde die Polarisation nun so eingestellt, dass die Absorptionskante möglichst weit ins Blaue verschoben war. Die zweite gemessenen Polarisation war gegenüber der ersten um 90° gedreht, womit die Absorptionskante am weitesten im Roten zu finden war.

13 Messung am 60-fachen Multiple Quantum Well

Bevor mit diesem Versuchsteil begonnen wurde, musste ein Lüfter aufgestellt werden, damit sich am Kryostaten kein Kondenswasser niederschlägt. Ebenso wurde vor Einfüllen des Stick-

stoffes ein letztes Mal ein Dunkel- und Referenzspektrum aufgenommen, mit dem während des restlichen Versuches gearbeitet wurde.

Anschließend wurde das Transmissionsspektrum des Cds-Kristalls (Probe 3) beobachtet, während man die Probe mit flüssigem Stickstoff bis auf 77 K herunterkühlt. Je kälter die Probe wurde desto stärker verschob sich das Spektrum zu kleineren Wellenlängen. Anschließend maßen wir das Transmissionsspektrum zwischen 600nm und 820nm. Man sah deutlich die durch die beiden Exzitonen verursachten Senken im Transmissionsspektrum.

14 Messung von Cu_2O -Kristallen unterschiedlicher Dicke

Nun sollten die Absorptionsspektren von Probe 2 und 5 bestimmt werden. Dazu stellten wir in der Spektrometersoftware auf Absorption um und vermaßen die beiden Proben. Bei den Proben handelte es sich um einen dünnen und einen dicken Cu_2O -Kristall. Da die Knicke und Peaks des Spektrums teilweise nun sehr schwer zu erkennen waren, nahmen wir jeweils auch ein Transmissionsspektrum auf, das an manchen Stellen den Verlauf des Spektrums deutlicher machte.

Teil C

Auswertung

15 Zur Auswertung

Alle Messwerte bzw. Graphen befinden sich im handgeschrieben angehängten Versuchsprotokoll. Diese Werte wurden am Computer abgetippt und dem Programm GNUPLOT³ zur linearen Regression übergeben und die Werte für Steigung, Y-Achsenabschnitt und den statistischen Fehler der beiden von dort übernommen. GNUPLOT nutzt zur linearen Regression die Formeln 16–18 aus dem Fehlerrechnungsskript⁴ zum Praktikum.

Im Allgemeinen werden wir Messwerte in der folgenden Form angeben:

$$\text{Messwert} = (\text{Bestwert} \pm \text{statistischer Fehler} \pm \text{systematischer Fehler}) \text{ Maßeinheit}$$

Sollte eine Messgröße nur mit einem Fehler behaftet sein (wie z.B. die einmalige Messung einer Länge mit einem Meterstab), sodass sich aus dem Kontext ergibt, ob es ein systematischer oder statistischer Fehler ist, so wird dieser Fehler einfach dem Messwert mit \pm angehängt.

16 Umrechnung von Wellenlängen in Energien

Beim der Auswertung müssen ständig die Wellenlänge des Lichts in Energie der einzelnen Photonen umgerechnet werden. Dies geschieht über:

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad \text{mit } h = 4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} = 6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad c = 2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1240 \text{ nm}}{\lambda} \cdot \text{eV} = \frac{1,986 \cdot 10^{-16} \text{ nm}}{\lambda} \cdot \text{J}$$

Der Brechungsindex von Luft wird hierbei vernachlässigt ($n \leq 1,0003$).

17 Berechnung der Größe der CdS/CdSe-Kolloiden

Es soll die Größe der kleinsten CdS/CdSe-Kolloide berechnet werden, mit der Annahme, dass die Absorptionskante der größten Kolloide mit der Bandlücke von CdS/CdSe übereinstimmt. Dazu berechnet man die Energie $E_{\text{rot}} = E_g$ der Bandlücke aus der Absorptionskante, die am weitesten in den roten Bereich verschoben ist.

Die Energie E_{blau} , die sich für die Absorptionskante ergibt, die am weitesten in den blauen Bereich verschoben ist, ergibt sich aus der Energie für die Bandlücke und der Energieerhöhung durch die Kolloide, die sphärische Quantenpunkte darstellen (vgl. Abschnitt 7).

$$E_{\text{blau}} = E_g + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu R^2}$$

Daraus lässt sich der Radius der Kolloide bestimmen zu:

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu (E_{\text{blau}} - E_{\text{rot}})}}$$

³<http://www.gnuplot.info/>

⁴<http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~simonis/praktikum/allgemeines/script-Fehleranalyse.pdf>

Dabei bezeichnet μ die reduzierte Masse von Elektron und Loch. Laut Aufgabenblatt ist sie gegeben durch $\mu = 0,2 \cdot m_0$. ($m_0 = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg)

Mit den gemessenen Energien ergibt sich ein Radius von:

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{blau}} &= 434,7 \text{ nm} &\Rightarrow & E_{\text{blau}} = 2,853 \text{ eV} \\ \lambda_{\text{rot}} &= 615,2 \text{ nm} &\Rightarrow & E_{\text{rot}} = 2,016 \text{ eV} \\ &&& \Rightarrow R = 1,50 \text{ nm}\end{aligned}$$

Die Dicke entspricht 30 \AA ; also ca. 30 Atomdurchmesser. Damit erhält man für die kleinsten Kolloiden einen Wert von zwischen 10 000 und 15 000 Atome pro Kolloide. Genauer lässt sich dieser Wert nicht angeben, da die Abschätzung eigentlich nur für Wasserstoffatome gilt; Der Durchmesser von Cadmium- und Schwefelatome ist etwas größer, aber immer noch kleiner als 2 \AA , womit die Abschätzung qualitativ richtig bleibt.

18 Bestimmung der Schichtdicke des CdS-Kristalls und der Energiebandlücke

Aus dem aufgenommenen Spektrum des CdS-Kristalls bei senkrechter Polarisation⁵ soll die Schichtdicke des Kristalls bestimmt werden. Hierfür macht man sich die in Abschnitt 2 beschriebenen Fabry-Perot-Interferenz zu nutze. In der linearen Regression, bei der man die Extremumnummer l über $n(\lambda)/\lambda$ aufträgt entspricht die Schichtdicke d einem Viertel der Steigung.

$$l = 4d \cdot \left(\frac{n(\lambda)}{\lambda} \right) - 2 \cdot m$$

Die ebenfalls von der Wellenlänge abhängige Brechzahl bei senkrechter Polarisation $n(\lambda)$ lässt sich mittels der Formel aus Ref. 1 berechnen:

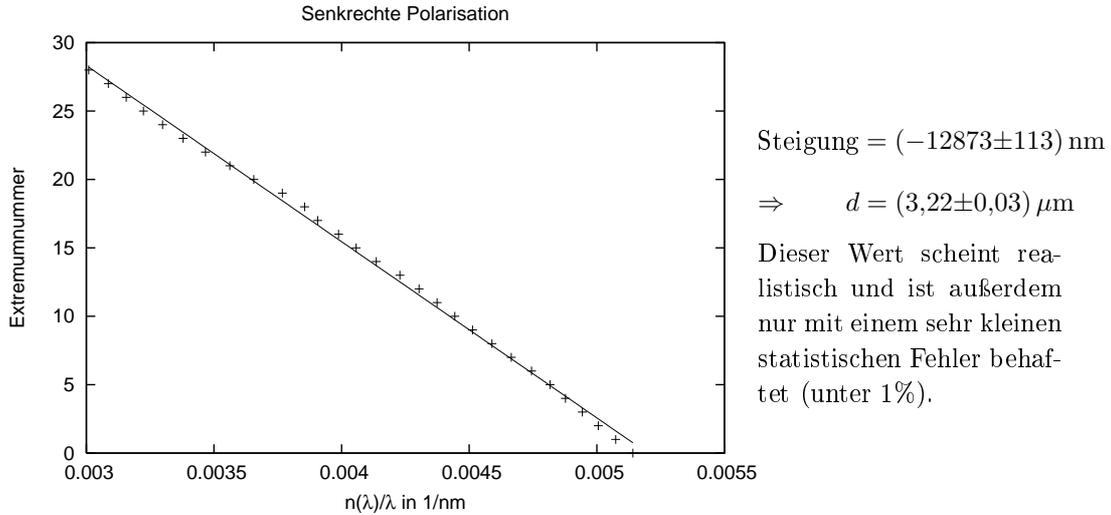
$$n(\lambda) = AA \sqrt{1 + \frac{\frac{BB}{2\pi} \cdot \frac{m}{c_0}}{\left(\frac{1}{CC}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2}}$$

Dabei sind die Konstanten auf dem Aufgabenblatt gegeben:

$$AA = 1,94 \quad BB = 4696 \quad CC = 390$$

Obwohl wir die Stelle der Probe suchten, an der die Extrema der Fabry-Perot-Interferenz am deutlichsten zu erkennen waren, gelang es uns nicht, dass wirklich alle Maxima ausgeprägt und eindeutig zu erkennen waren. Die Wellenlängen, bei welchen die Extrema 16, 17 und 18 auftraten ließen sich nur sehr ungenau bestimmen. Es ergibt sich folgende Regression:

⁵Das Spektrum für die senkrechter Polarisation ist das, bei dem die größere Energiebandlücke zu erkennen ist. Die Absorptionskante liegt also bei einer kleineren Wellenlänge als bei der parallelen Polarisation.



Die Energielücken lassen sich jeweils aus den Absorptionskanten berechnen. Man erhält mit $E = \frac{1240 \text{ nm}}{\lambda} \cdot \text{eV}$:

$$\text{senkrechte Polarisation: } \lambda = 508,4 \text{ nm} \Rightarrow E = 2,44 \text{ eV}$$

$$\text{parallel Polarisation: } \lambda = 512,5 \text{ nm} \Rightarrow E = 2,42 \text{ eV}$$

Die Werte für die Energielücke liegen in der erwarteten Größenordnung. Als Literaturwert⁶ für die Energielücke von CdS bei $T = 300 \text{ K}$ haben wir $E_g = 2,42 \text{ eV}$ gefunden. Obwohl es schwierig ist die genaue Wellenlänge, bei der die Absorptionskante auftritt, festzustellen, da die Absorptionskante nicht scharf ist, erhält man für die Energielücken angemessene Werte.

19 Bestimmung der Dicke der GaAs-Quantenfilme

Wie in Abschnitt 3 beschrieben, spaltet sich das Valenzband in zwei Subbänder auf, so dass es „heavy holes“ und „light holes“ mit unterschiedlichen effektiven Massen gibt. Deshalb gibt es zwei verschiedene Arten von Exzitonen, je nach dem welches Loch als Bestandteil dient. Für die Energie eines solchen Exzitons gilt im Quantentrog:

$$E(k_x, k_y, n_B, n_{h,z}, n_{e,z}) =$$

$$E_g - \underbrace{13,6 \text{ eV} \cdot \frac{\mu}{m_0 \varepsilon^2} \cdot \frac{1}{n_B^2}}_{\text{Bindungen. des Exzitons}} + \underbrace{\frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2)}{2} \left(\frac{1}{m_h} + \frac{1}{m_e} \right)}_{\text{kin. Energie des Exzitons}} + \underbrace{\frac{\pi^2 \hbar^2}{2l_z^2} \left(\frac{n_{e,z}^2}{m_e} + \frac{n_{h,z}^2}{m_h} \right)}_{\text{Energie im Potentialtopf des Quantentrog}}$$

Für die Grundenergie⁷ des Exzitons erhält man mit der reduzierten Masse μ der effektiven Massen von Elektron und Loch:

$$E = E_g - 13,6 \text{ eV} \cdot \frac{\mu}{m_0 \varepsilon^2} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2l_z^2} \frac{1}{\mu}$$

⁶Ch. Kittel, Einführung in die Festkörperphysik, 14. Auflage

⁷also $k_i = 0$ und $n_b = 1$ und $n_{i,z} = 1$

Hat man nun die Grundenergie E_h des „schweren“ bzw. E_l des „leichten“ Exzitons gemessen, so kann man die Breite der Quantenfilme bestimmen zu:

$$l_z = \sqrt{\frac{\pi^2 \hbar^2}{2} \cdot \frac{1}{\mu_h(E_g - E_l) - \mu_l(E_g - E_h)} \cdot \left(\frac{\mu_h}{\mu_l} - \frac{\mu_l}{\mu_h} \right)}$$

Die effektiven Massen und die Bandlücke sind auf dem Aufgabenblatt gegeben:

$$\begin{aligned} E_g &= 1,511 \text{ eV} & m_e &= 0,07 \cdot m_0 & m_{\text{hh}} &= 0,48 \cdot m_0 & m_{\text{lh}} &= 0,087 \cdot m_0 \\ & & \Rightarrow \mu_l &= 0,03879 \cdot m_0 & \mu_h &= 0,06109 \cdot m_0 \end{aligned}$$

Mit den gemessenen Energien ergibt sich für die Dicke des Quantentrog:

$$\begin{aligned} \lambda_l &= 768,3 \text{ nm} & \Rightarrow & E_l = 1,614 \text{ eV} \\ \lambda_h &= 780,1 \text{ nm} & \Rightarrow & E_h = 1,590 \text{ eV} \\ & & \Rightarrow & l_z = 10,46 \text{ nm} \end{aligned}$$

Die Dicke entspricht ca. 100 Å; der Trog ist also ca. 100 Atomlagen⁸ dick.

Wie in Abschnitt 8 beschrieben, ist die Zustandsdichte in 2 Dimensionen eine Stufenfunktion. Diese Stufen können im Spektrum z.B. bei 670nm und 702nm erkannt werden. Die Stufen sind zwar etwas verwaschen, aber klar als Stufen erkennbar; vorallem dann, wenn man sie mit den Wurzel-abhängigen Übergängen in den Spektren der 3-dimensionalen Kristalle (z.B. Probe 1; CdS/CdSe-Kolloide) vergleicht.

20 Exzitonenserie

In den Absorptionsspektren sollen die Exzitonenserien identifiziert werden. Wir nahmen die Spektren der beiden Cu₂O Proben unterschiedlicher Dicke auf. In beiden Spektren (Transmission und Absorption) des dünnen Kristalls sind das 2p- und das 3p-Exziton gut zu erkennen. In den Spektren des dicken Kristalls sind diese zwar nicht zu erkennen, dafür kann jedoch indirekt auf das 1s-Exziton geschlossen werden. Das 1s-Exziton ist im Cu₂O Kristall dipol verboten, da Valenz- und Leitungsband gleiche Parität haben, ein schwacher Quadrupol-übergang ist jedoch erkennbar. Aus der np-Exzitonenserie soll die Cu₂O-Bandlückenenergie bestimmt werden. Die Exzitonenserie entsteht auf Grund der unterschiedlichen Anregungsstufen der Exzitonen. Entspricht die Energie eines Photons genau der Differenz zwischen zwei Energieniveaus so wird das Photon absorbiert. Der Peak im Absorptionsspektrum entsteht bei der Energie:

$$E_{X,n} = E_g - \underbrace{13,6 \text{ eV} \cdot \frac{\mu}{m_0 \epsilon^2}}_{=E_X^b} \frac{1}{n^2}$$

wobei E_g die Bandlückenenergie und E_X^b die Bindungsenergie ist. Aus der Lage des Peaks für 2p und 3p lässt sich also die Energielücke bestimmen:

$$E_g = \frac{1}{5}(9E_{X,3} - 4E_{X,2})$$

$$\text{mit } \lambda_2 = 581,0 \text{ nm} \rightarrow E_{X,2} = 2,134 \text{ eV}, \quad \lambda_3 = 577,5 \text{ nm} \rightarrow E_{X,3} = 2,147 \text{ eV}$$

⁸auch hier gilt die Abschätzung nur qualitativ, da Gallium- und Arsendurchmesser etwas größer ist, aber immer noch kleiner als 2 Å.

$$\Rightarrow E_g = 2,158 \text{ eV} \quad \text{bei } T=77\text{K}$$

Dieser Wert liegt auf jeden Fall in der erwarteten Größenordnung. Bei $T = 0\text{K}$ ist der Literaturwert⁹ für die Energielücke $E_g = 2,172 \text{ eV}$.

Die Bindungsenergie E_X^b kann ebenfalls berechnet werden. Es ergibt sich:

$$E_X^b = \frac{36}{5}(E_{X,3} - E_{X,2}) = 0,094 \text{ eV}$$

21 Fehlerbetrachtung

Eine ausführliche Fehlerrechnung macht für diesen Versuch keinen wirklichen Sinn. Statistische Fehler lassen sich (mit Ausnahme der Regression in Abschnitt 12) nicht bestimmen, da jeweils nur eine einzelne Messung durchgeführt wurde. Das Abschätzen der systematischen Fehler ist relativ schwierig, da zum einen sehr viele Faktoren eine Rolle spielen, und zum anderen keine quantitativen Angaben über die Fehler vorliegen. Im Versuch lagen folgenden offensichtliche Fehlerquellen vor:

Beleuchtung: Für optimale Versuchsbedingungen hätte man eine Lichtquelle in komplett abgedunkelten Raum gebraucht, die keinen Intensitätsschwankungen unterliegt. Wir versuchten zwar das Streulicht über ein Dunkelspektrum und die Wellenlängenabhängigkeit über ein Referenzspektrum zu eliminieren, aber es blieb immer noch eine deutliche Fehlerquelle zurück, da die Intensitätsverteilung der Lampe sich über die Zeit änderte. Beispielsweise sieht man anhand des angehängten Spektrum (ohne Probe), das sofort im Anschluss an ein Dunkel- und Referenzspektrum aufgenommen wurde, dass die Intensität im blauen Wellenlängenbereich deutlich schwankte.

Verwaschene Spektren: Da die Absorptionskanten in der Messung keine Kanten, sondern langsam ansteigend bzw. anfallende Kurven sind, musste bei der Bestimmung der jeweiligen Wellenlänge eine ungefähre Abschätzung anhand der Kantenmitte durchgeführt werden. Das gleiche gilt natürlich für Minima und Maxima. Dadurch könnte sich ein relativ großer systematischer Fehler einschleichen. Dieser Effekt wurde dadurch begünstigt, dass wir mit flüssigen Stickstoff „nur“ auf 77K herunterkühlen konnten. Für kleinere Fehler hätte man noch stärker kühlen müssen.

Spektrometer: Auch das Spektrometer hat einen systematische uns unbekanntes Fehler.

Näherungen: Auch wurde bei der Herleitung der Formeln ein ganze Menge an Näherungen vorausgesetzt. So wurde beispielsweise bei der Aufgabe 1 davon ausgegangen, dass die Absorptionskante der größten Kolloide identisch mit der Bandlücke von CdS/CdSe ist, und dass damit die Größe der Kolloiden keine Einfluss mehr auf die Zustände hat. Ebenso wurde beim Quantentrog mit dem Modell unendlich hoher Potentialtöpfe gerechnet, wären die Barrieren aufgrund der Bandlücken klar endlich hoch sind.

⁹Ch. Kittel, Einführung in die Festkörperphysik, 14.Auflage